Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение уравнения $y'-2y\operatorname{tg}x+y^2\sin^2 x=0$.

Решение

$$y'-2y\operatorname{tg}x=-y^2\sin^2 x$$

Это уравнение Бернулли. Замена: $y=uv$, $y'=u'v+uv'$.

$u'v+uv'-2uv\operatorname{tg}x=-(uv)^2\sin^2 x$, $u'v+u(v'-2v\operatorname{tg}x)=-u^2v^2\sin^2 x$.

$v'-\dfrac{2v\sin x}{\cos x}=0$, $\dfrac{dv}{dx}=\dfrac{2v\sin x}{\cos x}$, $\dfrac{dv}{v}=-\dfrac{2d(\cos x)}{\cos x}$, $\ln|v|=-2\ln|\cos x|$, $v=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

$u'\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}=-u^2\cdot\dfrac{1}{\cos^4 x}\cdot\sin^2 x$, $u'=-u^2\cdot\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$; $\dfrac{du}{dx}=-u^2\cdot\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$; $-\dfrac{du}{u^2}=\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}dx$.

$-\int\dfrac{du}{u^2}=\int\dfrac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}dx$; $-\int u^{-2}du=\int\left(\dfrac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx$; $\dfrac{1}{u}=\operatorname{tg}x-x+C$; $u=\dfrac{1}{\operatorname{tg}x-x+C}$.

$$y=uv=\frac{1}{\operatorname{tg}x-x+C}\cdot\frac{1}{\cos^2 x}=\frac{1}{(\operatorname{tg}x-x+C)\cdot\cos^2 x}.$$

Ответ: $y=\dfrac{1}{(\operatorname{tg}x-x+C)\cdot\cos^2 x}$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.