Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'+\frac{2y}{x}=\sqrt{y}\cdot\left(1-x^2\right)$.

Решение

Это уравнение Бернулли. Замена $y=uv$, $y'=u'v+uv'$:

$$u'v+uv'+\frac{2}{x}uv=\sqrt{uv}\cdot\left(1-x^2\right);\ u'v+u\left(v'+\frac{2}{x}v\right)=\sqrt{uv}\cdot\left(1-x^2\right).$$

$$v'+\frac{2}{x}v=0;\ \frac{dv}{dx}=-\frac{2v}{x};\ \frac{dv}{v}=-\frac{2dx}{x};\ \ln|v|=-2\ln|x|;\ v=\frac{1}{x^2}.$$

$$u'\cdot\frac{1}{x^2}=\frac{\sqrt{u}}{x}\cdot\left(1-x^2\right),\ u'=\sqrt{u}\cdot x\left(1-x^2\right),\ \frac{du}{\sqrt{u}}=\left(x-x^3\right)dx.$$

$$\int u^{-\frac{1}{2}}du=\int\left(x-x^3\right)dx,\ \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}=\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}+2C,\ \sqrt{u}=\frac{x^2}{4}-\frac{x^4}{8}+C,\ u=\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x^4}{8}+C\right)^2.$$

$$y=uv=\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x^4}{8}+C\right)^2\cdot\frac{1}{x^2}=\left(\frac{x}{4}-\frac{x^3}{8}+\frac{C}{x}\right)^2.$$

Ответ: $y=\left(\frac{x}{4}-\frac{x^3}{8}+\frac{C}{x}\right)^2$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.