Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка: $y'-3y\operatorname{tg}x=3y^{-2}\operatorname{tg}^8 x$.

Решение

Это уравнение Бернулли. Замена: $y=uv$, $y'=u'v+uv'$:

$$u'v+uv'-3uv\operatorname{tg}x=\frac{3\operatorname{tg}^8 x}{u^2v^2},\ u'v+u\left(v'-3v\operatorname{tg}x\right)=\frac{3\operatorname{tg}^8 x}{u^2v^2}.$$

$v'-3v\operatorname{tg}x=0$, $\frac{dv}{dx}=3v\operatorname{tg}x$, $\frac{dv}{v}=3\operatorname{tg}x\,dx$, $\frac{dv}{v}=-3\cdot\frac{d(\cos x)}{\cos x}$, $\ln|v|=-3\ln|\cos x|$, $v=\frac{1}{\cos^3 x}$.

$u'\cdot\frac{1}{\cos^3 x}=\frac{3\operatorname{tg}^8 x}{u^2\cdot\frac{1}{\cos^6 x}}$, $u^2u'=3\operatorname{tg}^8 x\cdot\cos^9 x=3\sin^8 x\cos x$, $u^2du=3\sin^8 x\cos x dx$.

$\int u^2du=\int\left(3\sin^8 x\cos x\right)dx$, $\int u^2du=3\cdot\int\sin^8 x\,d(\sin x)$, $\frac{u^3}{3}=\frac{\sin^9 x}{3}+\frac{C}{3}$, $u=\sqrt[3]{\sin^9 x+C}$.

$$y=uv=\sqrt[3]{\sin^9 x+C}\cdot\frac{1}{\cos^3 x}=\frac{\sqrt[3]{\sin^9 x+C}}{\cos^3 x}.$$

Ответ: $y=\frac{\sqrt[3]{\sin^9 x+C}}{\cos^3 x}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.