Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Решить уравнение $y^2dx+\left(x+e^{\frac{2}{y}}\right)dy=0$.

Решение

$$y^2\frac{dx}{dy}+x+e^{\frac{2}{y}}=0;\ \ x'_y+\frac{1}{y^2}x=-\frac{1}{y^2}e^{\frac{2}{y}}.$$

Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Замена: $x=uv$, $x'=u'v+uv'$:

$$u'v+uv'+\frac{1}{y^2}uv=-\frac{1}{y^2}e^{\frac{2}{y}};\ \ u'v+u\left(v'+\frac{1}{y^2}v\right)=-\frac{1}{y^2}e^{\frac{2}{y}}.$$

$$\frac{dv}{dy}=-\frac{1}{y^2}v;\ \ \frac{dv}{v}=-\frac{dy}{y^2};\ \ \ln|v|=\frac{1}{y};\ \ v=e^{\frac{1}{y}}.$$

$$u'e^{\frac{1}{y}}=-\frac{1}{y^2}e^{\frac{2}{y}};\ \ u'=-\frac{1}{y^2}e^{\frac{1}{y}};\ \ u=\int e^{\frac{1}{y}}d\left(\frac{1}{y}\right)=e^{\frac{1}{y}}+C;\ \ x=uv=e^{\frac{1}{y}}\cdot\left(e^{\frac{1}{y}}+C\right).$$

Ответ: $x=e^{\frac{1}{y}}\cdot\left(e^{\frac{1}{y}}+C\right)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.