Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общий интеграл дифференциального уравнения $2xydx+\left(x^2-y^2\right)dy=0$.

Решение

Обозначим $P=2xy$, $Q=x^2-y^2$.

$$\frac{\partial P}{\partial y}=2x;\ \frac{\partial Q}{\partial x}=2x.$$

Так как $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$, то имеем уравнение в полных дифференциалах. Это значит, что выражение $Pdx+Qdy$ является полным дифференциалом некоторой функции $u(x,y)$.

$$\frac{\partial u}{\partial x}=2xy;\ \frac{\partial u}{\partial y}=x^2-y^2.$$

$$u=\int 2xydx=x^2y+f(y);\ x^2+f'(y)=x^2-y^2;\ f'(y)=-y^2;\ f(y)=\int\left(-y^2\right)dy=-\frac{y^3}{3}+C_1.$$

Принимая $C_1=0$, получим $f(y)=-\frac{y^3}{3}$, откуда следует $u=x^2y-\frac{y^3}{3}$. Общий интеграл заданного уравнения имеет вид $u(x,y)=C$, т.е. $x^2y-\frac{y^3}{3}=C$.

Ответ: $x^2y-\frac{y^3}{3}=C$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.