Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $\left(y^3+\cos x\right)dx+\left(3xy^2+e^y\right)dy=0$.

Решение

Обозначим $P=y^3+\cos x$, $Q=3xy^2+e^y$.

$$\frac{\partial P}{\partial y}=3y^2,\ \frac{\partial Q}{\partial x}=3y^2.$$

Так как $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$, то имеем уравнение в полных дифференциалах. Найдём функцию $u(x,y)$, для которой $du=Pdx+Qdy$.

$$\frac{\partial u}{\partial x}=y^3+\cos x,\ \frac{\partial u}{\partial y}=3xy^2+e^y.$$

$$u=\int\left(y^3+\cos x\right)dx=xy^3+\sin x+f(y),$$

$$3xy^2+f'(y)=3xy^2+e^y,\ f'(y)=e^y,\ f(y)=\int e^y dy=e^y+C_1.$$

Следовательно, $u=xy^3+\sin x+e^y+C_1$. Принимая $C_1=0$, получим $u=xy^3+\sin x+e^y$. Общее решение исходного уравнения имеет вид $u(x,y)=C$, т.е.

$$xy^3+\sin x+e^y=C.$$

Ответ: $xy^3+\sin x+e^y=C$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.