Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общий интеграл дифференциального уравнения $\left(2x-1-\frac{y}{x^2}\right)dx-\left(2y-\frac{1}{x}\right)dy=0$.

Решение

$$\left(2x-1-\frac{y}{x^2}\right)dx+\left(-2y+\frac{1}{x}\right)dy=0$$

$$P=2x-1-\frac{y}{x^2},\ Q=-2y+\frac{1}{x}.$$

$\frac{\partial P}{\partial y}=-\frac{1}{x^2}$, $\frac{\partial Q}{\partial x}=-\frac{1}{x^2}$.

Так как $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$, то имеем уравнение в полных дифференциалах. Это значит, что выражение $Pdx+Qdy$ является полным дифференциалом некоторой функции $u(x,y)$.

$$\frac{\partial u}{\partial x}=2x-1-\frac{y}{x^2},\ \frac{\partial u}{\partial y}=-2y+\frac{1}{x}.$$

$$u=\int\left(2x-1-\frac{y}{x^2}\right)dx=\int\left(2x-1-yx^{-2}\right)dx=x^2-x+\frac{y}{x}+f(y).$$

$$\frac{1}{x}+f'(y)=-2y+\frac{1}{x},\ f'(y)=-2y,\ f(y)=\int(-2y)dy=-y^2+C_1.$$

Принимая $C_1=0$, получим $f(y)=-y^2$, откуда следует $u=x^2-x+\frac{y}{x}-y^2$. Общий интеграл заданного уравнения имеет вид $u(x,y)=C$, т.е. $-x^2+x-\frac{y}{x}+y^2=C$.

Ответ: $-x^2+x-\frac{y}{x}+y^2=C$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.