Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Указать тип дифференциального уравнения и найти его общее решение: $\left(3x^2+xy\right)y'=y^2-2xy$.

Решение

$$y'=\frac{y^2-2xy}{3x^2+xy}=\frac{\left(\frac{y}{x}\right)^2-2\cdot\frac{y}{x}}{3+\frac{y}{x}}.$$

Это однородное дифференциальное уравнение. Замена $y=ux$, $y'=u'x+u$:

$$u'x+u=\frac{u^2-2u}{3+u},\ x\frac{du}{dx}=\frac{u^2-2u}{3+u}-u=\frac{-5u}{u+3},\ \frac{u+3}{u}du=-5\frac{dx}{x}.$$

$$\int\left(1+\frac{3}{u}\right)du=-5\cdot\int\frac{dx}{x},\ u+3\ln|u|=-5\ln|x|+C,\ u+\ln\left|u^3x^5\right|=C,\ \frac{y}{x}+\ln\left|y^3x^2\right|=C.$$

Ответ: $\frac{y}{x}+\ln\left|y^3x^2\right|=C$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.