Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти частное решение линейного дифференциального уравнения $y'+\frac{y}{2x}=x^2$ при $y(1)=1$.

Решение

Замена $y=uv$, $y'=u'v+uv'$.

$$u'v+uv'+\frac{uv}{2x}=x^2;\ u'v+u\left(v'+\frac{v}{2x}\right)=x^2.$$

$$v'+\frac{v}{2x}=0;\ \frac{dv}{dx}=-\frac{v}{2x};\ \frac{dv}{v}=-\frac{dx}{2x};\ \ln|v|=-\frac{1}{2}\ln|x|;\ v=\frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$u'\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}=x^2;\ u'=x^{\frac{5}{2}};\ u=\int x^{\frac{5}{2}}dx=\frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}}+C=\frac{2x^3\sqrt{x}}{7}+C.$$

$$y=uv=\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{2x^3\sqrt{x}}{7}+C\right)=\frac{2x^3}{7}+\frac{C}{\sqrt{x}}.$$

Так как $y(1)=1$, то $1=\frac{2}{7}+C$, $C=\frac{5}{7}$, $y=\frac{2x^3}{7}+\frac{5}{7\sqrt{x}}$.

Ответ: $y=\frac{2x^3}{7}+\frac{5}{7\sqrt{x}}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.