Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения $y'-y\sin x=e^{-\cos x}\sin 2x$ и частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y_0=3,\ x_0=\frac{\pi}{2}$.

Решение

Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Замена $y=uv,\ y'=u'v+uv'$:

$$u'v+uv'-uv\sin x=e^{-\cos x}\sin 2x,\ u'v+u\cdot\left(v'-v\sin x\right)=e^{-\cos x}\sin 2x.$$

$v'-v\sin x=0,\ \frac{dv}{dx}=v\sin x,\ \frac{dv}{v}=\sin x dx,\ \ln|v|=-\cos x,\ v=e^{-\cos x}$.

$u'\cdot e^{-\cos x}=e^{-\cos x}\sin 2x,\ u'=\sin 2x,\ u=\int\sin 2x dx=-\frac{\cos 2x}{2}+C$.

Общее решение дифференциального уравнения: $y=uv=\left(-\frac{\cos 2x}{2}+C\right)\cdot e^{-\cos x}$.

Так как при $x=\frac{\pi}{2}$ имеем $y=3$, то $3=\left(\frac{1}{2}+C\right)\cdot e^{0},\ C=\frac{5}{2}$. Следовательно, частное решение будет таким: $y=\left(-\frac{\cos 2x}{2}+\frac{5}{2}\right)\cdot e^{-\cos x}$.

Ответ:

- Общее решение: $y=\left(-\frac{\cos 2x}{2}+C\right)\cdot e^{-\cos x}$
- Частное решение: $y=\left(-\frac{\cos 2x}{2}+\frac{5}{2}\right)\cdot e^{-\cos x}$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.