**Задача скачана с сайта Tutor.com.ru**
**Tutor.com.ru** – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

*Условие*

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка: $xy' = \frac{y}{x+1} + x$.

*Решение*

$$y' = \frac{y}{x(x+1)} + 1,\ y' - \frac{y}{x(x+1)} = 1.$$

Замена: $y = uv$, $y' = u'v + uv'$:

$$u'v + uv' - \frac{uv}{x(x+1)} = 1,\ u'v + u\left(v' - \frac{v}{x(x+1)}\right) = 1.$$

$$v' - \frac{v}{x(x+1)} = 0,\ \frac{dv}{dx} = \frac{v}{x(x+1)},\ \frac{dv}{v} = \frac{dx}{x(x+1)}.$$

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1+x-x}{x(x+1)} = \frac{1+x}{x(x+1)} - \frac{x}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\frac{dv}{v} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)dx,\ \ln|v| = \ln|x| - \ln|x+1|,\ \ln|v| = \ln\left|\frac{x}{x+1}\right|,\ v = \frac{x}{x+1}.$$

$$u' \cdot \frac{x}{x+1} = 1,\ u' = \frac{x+1}{x},\ u = \int\left(1 + \frac{1}{x}\right)dx = x + \ln|x| + C.$$

$$y = uv = \left(x + \ln|x| + C\right) \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{x \cdot \left(x + \ln|x| + C\right)}{x+1}.$$

*Ответ*: $y = \frac{x \cdot \left(x + \ln|x| + C\right)}{x+1}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.