Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка методом Бернулли:

$y' + y = \frac{x+5}{2}$.

Решение

Замена: $y = uv$, $y' = u'v + uv'$.

$$u'v + uv' + uv = \frac{x+5}{2};\ \ u'v + u\cdot(v' + v) = \frac{x+5}{2}.$$

$v' + v = 0;\ \frac{dv}{dx} = -v;\ \ \frac{dv}{v} = -dx;\ \ \ln|v| = -x;\ \ v = e^{-x}.$

$u'\cdot e^{-x} = \frac{x+5}{2},\ u' = \frac{x+5}{2}\cdot e^{x}.$

$$u = \int \frac{x+5}{2}\cdot e^{x}dx = \left[\begin{array}{l} u = \frac{x+5}{2};\ du = \frac{dx}{2} \\ dv = e^{x}dx;\ v = e^{x}. \end{array}\right] = \frac{x+5}{2}\cdot e^{x} - \frac{1}{2}\int e^{x}dx = \frac{x+5}{2}\cdot e^{x} - \frac{e^{x}}{2} + C = \frac{x+4}{2}\cdot e^{x} + C.$$

$$y = uv = \left(\frac{x+4}{2}\cdot e^{x} + C\right)\cdot e^{-x} = \frac{x+4}{2} + C\cdot e^{-x}.$$

Ответ: $y = \frac{x+4}{2} + C\cdot e^{-x}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.