Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $y'-3=\sin^2(y-3x+1)$.

Решение

Сделаем замену: $u=y-3x+1$, $u'=y'-3$. Получим уравнение с разделяющимися переменными:

$$u'=\sin^2 u$$

Если $\sin u=0$, то $u=\pi k$, $k\in Z$. Если $u=\pi k$, то $u'=0$, поэтому функции $u=\pi k$ – решения уравнения $u'=\sin^2 u$. При условии $u\neq\pi k$ разделяем переменными и интегрируем:

$$\frac{du}{dx}=\sin^2 u;\ \frac{du}{\sin^2 u}=dx.$$

$$\int\frac{du}{\sin^2 u}=\int dx;\ -\operatorname{ctg}u=x-C;\ x+\operatorname{ctg}u=C.$$

Так как $u=y-3x+1$, то получим:

$$x+\operatorname{ctg}u=C\ \Rightarrow\ x+\operatorname{ctg}(y-3x+1)=C$$
$$u=\pi k\ \Rightarrow\ y-3x+1=\pi k;\ y=3x+\pi k-1;\ k\in Z.$$

Ответ: $x+\operatorname{ctg}(y-3x+1)=C$; $y=3x+\pi k-1$ $(k\in Z)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.