Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $ye^x dx-\left(1+e^{2x}\right)dy=0$.

Решение

Это дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Проверим, является ли функция $y=0$ решением данного уравнения:

$$ye^x dx-\left(1+e^{2x}\right)dy=0\cdot e^x dx-\left(1+e^{2x}\right)\cdot 0=0$$

Получили верное равенство, т.е. $y=0$ – решение исходного уравнения. При условии $y\neq 0$ разделяем переменные и интегрируем:

$ye^x dx=\left(1+e^{2x}\right)dy$, $\dfrac{dy}{y}=\dfrac{e^x dx}{1+e^{2x}}$.

$$\int\frac{dy}{y}=\int\frac{e^x dx}{1+e^{2x}};\ \int\frac{dy}{y}=\int\frac{d\left(e^x\right)}{1+\left(e^x\right)^2}.$$

$\ln|y|=\operatorname{arctg}e^x+\overline{C}$; $|y|=e^{\operatorname{arctg}e^x+\overline{C}}$; $y=\pm e^{\overline{C}}\cdot e^{\operatorname{arctg}e^x}$.

Переобозначая $\pm e^{\overline{C}}$ как C, где $C\neq 0$, получим $y=C\cdot e^{\operatorname{arctg}e^x}$. Решение $y=0$, найденное ранее, можно получить из равенства $y=C\cdot e^{\operatorname{arctg}e^x}$ при $C=0$. Следовательно, можно принять $C\in R$.

Ответ: $y=C\cdot e^{\operatorname{arctg}e^x}$, $C\in R$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.