Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = 10^{x+y}$ и частное решение при условии $y(0) = 0$.

Решение

Так как $10^{x+y} = 10^x \cdot 10^y$, то получим: $y' = 10^x \cdot 10^y$. Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Разделяем переменные и интегрируем:

$$\frac{dy}{dx} = 10^x \cdot 10^y;\ 10^{-y}\,dy = 10^x\,dx.$$

$$\int 10^{-y}\,dy = \int 10^x\,dx;\ -\frac{10^{-y}}{\ln 10} = \frac{10^x}{\ln 10} + C;\ 10^x + 10^{-y} = -C\ln 10.$$

Переобозначая $-C\ln 10$ как C, получим общее решение: $10^x + 10^{-y} = C$. Так как $y(0) = 0$, то получим:

$$10^0 + 10^0 = C,\ C = 2.$$

Частное решение будет таким: $10^x + 10^{-y} = 2$.

Ответ: $10^x + 10^{-y} = 2$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.