Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти общее решение дифференциального уравнения методом разделения переменных и решить задачу Коши: $(x^2-1)y'+xy^2=0$, $y(0)=1$.

Решение

Проверим, что функция $y=0$ – решение заданного уравнения:

$$(x^2-1)y'+xy^2=(x^2-1)\cdot 0+x\cdot 0^2=0$$

Следовательно, $y=0$ – решение исходного уравнения. При условии $y\neq 0$ разделяем переменные и интегрируем:

$$(x^2-1)y'=-xy^2;\ (x^2-1)\frac{dy}{dx}=-xy^2;\ -\frac{dy}{y^2}=\frac{xdx}{x^2-1}.$$

$$\int\left(-y^{-2}\right)dy=\frac{1}{2}\int\frac{d\left(x^2-1\right)}{x^2-1},\ \frac{1}{y}=\frac{1}{2}\ln\left|x^2-1\right|+\frac{C}{2},\ y=\frac{2}{\ln\left|x^2-1\right|+C}.$$

Так как $y(0)=1$, то $1=\frac{2}{\ln\left|0^2-1\right|+C}$, $C=2$, $y=\frac{2}{\ln\left|x^2-1\right|+2}$.

Ответ:

- Общее решение: $y=\frac{2}{\ln\left|x^2-1\right|+C}$, $y=0$.
- Решение задачи Коши: $y=\frac{2}{\ln\left|x^2-1\right|+2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.