Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Решите дифференциальное уравнение и найдите частное решение (частный интеграл), удовлетворяющий данным условиям: $e^x\left(1+e^y\right)dx+e^y\left(1+e^x\right)dy=0$, $y=0$ при $x=0$.

Решение

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

$$e^x\left(1+e^y\right)dx+e^y\left(1+e^x\right)dy=0,\ e^y\left(1+e^x\right)dy=-e^x\left(1+e^y\right)dx,\ \frac{e^y dy}{e^y+1}=\frac{-e^x dx}{e^x+1}.$$

$$\int\frac{d\left(e^y+1\right)}{e^y+1}=-\int\frac{d\left(e^x+1\right)}{e^x+1},\ \ln\left|e^y+1\right|=-\ln\left|e^x+1\right|+\ln C,\ \ln\left(\left(e^y+1\right)\left(e^x+1\right)\right)=\ln C,\ \left(e^y+1\right)\left(e^x+1\right)=C.$$

Так как при $x=0$ имеем $y=0$, то $(1+1)(1+1)=C$, $C=4$.

Частный интеграл: $\left(e^y+1\right)\left(e^x+1\right)=4$.

Ответ: $\left(e^y+1\right)\left(e^x+1\right)=4$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.