Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Определить тип дифференциального уравнения и найти его решение: $5y^2+8=\left(2x^2y+6y\right)y'$.

Решение

$$5y^2+8=\left(2x^2+6\right)\cdot yy'$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Так как $5y^2+8\neq 0$ при любом значении y, то разделяем переменные и интегрируем:

$$5y^2+8=\left(2x^2+6\right)\cdot y\frac{dy}{dx};\ \frac{ydy}{5y^2+8}=\frac{dx}{2x^2+6}.$$

$$\int\frac{ydy}{5y^2+8}=\int\frac{dx}{2x^2+6};\ \frac{1}{10}\int\frac{d\left(5y^2+8\right)}{5y^2+8}=\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x^2+3};\ \int\frac{d\left(5y^2+8\right)}{5y^2+8}=5\int\frac{dx}{x^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}.$$

$$\ln\left|5y^2+8\right|=5\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}}+C;\ \ln\left|5y^2+8\right|-\frac{5}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}}=C.$$

Так как $5y^2+8>0$, то $\left|5y^2+8\right|=5y^2+8$. Следовательно, общий интеграл будет таким:

$$\ln\left(5y^2+8\right)-\frac{5}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}}=C.$$

Ответ: $\ln\left(5y^2+8\right)-\frac{5}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}}=C$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.