Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Решить задачу Коши: $y' = e^{x+y} + e^{x-y}$, $y\big|_{x=0} = 0$.

Решение

Представим уравнение в таком виде: $y' = e^x\left(e^y + e^{-y}\right)$. Это дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными.

$$\frac{dy}{e^y + e^{-y}} = e^x dx;\ \frac{e^y dy}{e^{2y}+1} = e^x dx.$$

$$\int \frac{e^y dy}{e^{2y}+1} = \int e^x dx;\ \int \frac{d\left(e^y\right)}{1+\left(e^y\right)^2} = \int e^x dx;\ \operatorname{arctg} e^y = e^x + C;\ \operatorname{arctg} e^y - e^x = C.$$

Так как $y\big|_{x=0} = 0$, то $\operatorname{arctg} 1 - 1 = C$, $C = \frac{\pi}{4} - 1$.

Частное решение: $\operatorname{arctg} e^y - e^x = \frac{\pi}{4} - 1$.

Ответ: $\operatorname{arctg} e^y - e^x = \frac{\pi}{4} - 1$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.