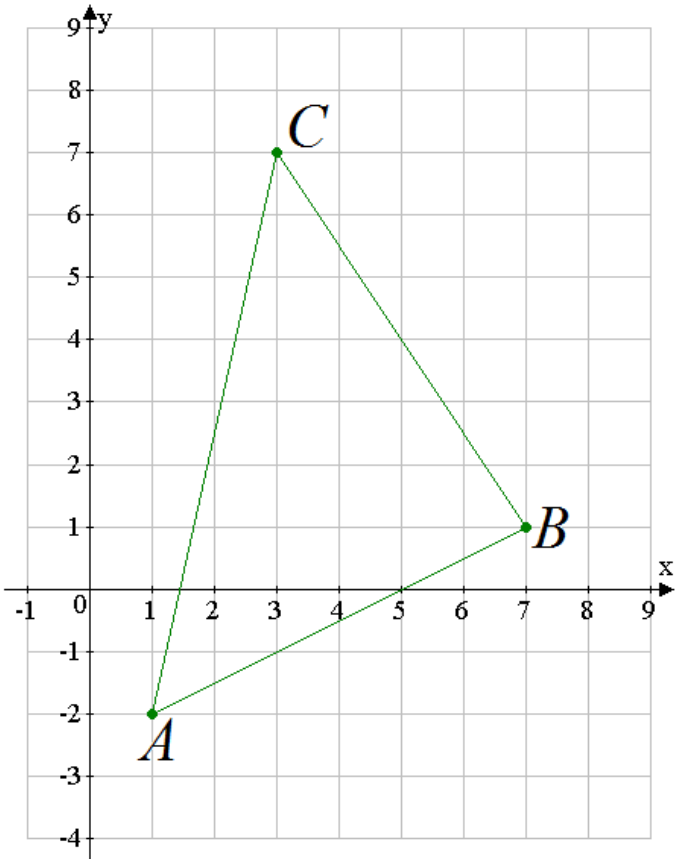
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Известны координаты в прямоугольной системе координат Oxy трёх точек $A(1;-2)$, $B(7;1)$, $C(3;7)$, являющихся вершинами треугольника. Изобразить треугольник ABC в этой прямоугольной системе координат и найти:

1. Координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и их длины;
2. Значение параметра β, при котором векторы $\overline{AB}+\beta\cdot\overline{AC}$ и $\overline{BC}$ будут коллинеарны;
3. Координаты точки P, делящей отрезок AB в отношении $\lambda=\frac{1}{2}$.

Решение



1. Координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и их длины

Вычитая из координат точки B соответствующие координаты точки A, получим координаты вектора $\overline{AB}$:

$$\overline{AB}=(7-1;1-(-2))=(6;3)$$

Вычитая из координат точки C соответствующие координаты точки A, получим координаты вектора $\overline{AC}$:

$$\overline{AC}=(3-1;7-(-2))=(2;9)$$

Длина вектора $\overline{AB}$: $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{6^2+3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$;

Длина вектора $\overline{AC}$: $\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{2^2+9^2} = \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$.

2. Значение параметра β, при котором векторы $\overline{AB}+\beta\cdot\overline{AC}$ и $\overline{BC}$ будут коллинеарны

$$\overline{AB}+\beta\cdot\overline{AC} = (6;3)+\beta\cdot(2;9) = (6;3)+(2\beta;9\beta) = (6+2\beta;3+9\beta)$$

Векторы $\overline{AB}+\beta\cdot\overline{AC}$ и $\overline{BC}(-4;6)$ будут коллинеарными, если будет выполнено равенство $\frac{6+2\beta}{-4} = \frac{3+9\beta}{6}$. Из данного равенства имеем:

$$\frac{3+\beta}{-2} = \frac{1+3\beta}{2},\ -3-\beta = 1+3\beta,\ -4\beta = 4,\ \beta = -1.$$

3. Координаты точки P, делящей отрезок AB в отношении $\lambda = \frac{1}{2}$

Обозначим координаты искомой точки как $P(x_P;y_P)$. Применим формулы $x_P = \frac{x_A+\lambda x_B}{1+\lambda}$, $y_P = \frac{y_A+\lambda y_B}{1+\lambda}$, где x_A, y_A – абсцисса и ордината точки A, а x_B, y_B – абсцисса и ордината точки B. Подставляя $\lambda = \frac{1}{2}$, $x_A = 1$, $y_A = -2$, $x_B = 7$, $y_B = 1$, получим:

$$x_P = \frac{1+\frac{1}{2}\cdot 7}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2+7}{2+1} = 3,\ y_P = \frac{-2+\frac{1}{2}\cdot 1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{-4+1}{2+1} = -1.$$

Следовательно, координаты таковы: $P(3;-1)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.