Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Дана система векторов a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, в которой $a_3=(0;1;1;2)$, $a_4=(1;1;1;3)$, $a_5=(1;0;-2;-1)$, $a_6=(1;0;1;2)$. Дополнить линейно независимую часть $a_1=(3;3;2;8)$, $a_2=(0;4;-3;1)$ до базиса системы векторов a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 и все векторы, не входящие в базис, разложить по базису.

Решение

$$\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&1&1&2\\1&1&1&3\\1&0&-2&-1\\1&0&1&2\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\\a_5\\a_6\end{matrix}\to\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&1&1&2\\0&0&1&1\\0&-3&-8&-11\\0&-3&1&-2\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\a_3\\3a_4-a_1\\3a_5-a_1\\3a_6-a_1\end{matrix}\to\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&1&1&2\\0&0&1&1\\0&-3&-8&-11\\0&-3&1&-2\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\4a_3-a_2\\3a_4-a_1\\4(3a_5-a_1)+3a_2\\4(3a_6-a_1)+3a_2\end{matrix}\to$$

$$\to\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&0&7&7\\0&0&1&1\\0&0&-41&-41\\0&0&-5&-5\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\4a_3-a_2\\3a_4-a_1\\12a_5-4a_1+3a_2\\12a_6-4a_1+3a_2\end{matrix}\to\left|\begin{matrix}\text{меняем местами третью}\\\text{и четвёртую строки}\end{matrix}\right|\to$$

$$\to\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&0&1&1\\0&0&7&7\\0&0&-41&-41\\0&0&-5&-5\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\3a_4-a_1\\4a_3-a_2\\12a_5-4a_1+3a_2\\12a_6-4a_1+3a_2\end{matrix}\to\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&0&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\3a_4-a_1\\4a_3-a_2-7(3a_4-a_1)\\12a_5-4a_1+3a_2+41(3a_4-a_1)\\12a_6-4a_1+3a_2+5(3a_4-a_1)\end{matrix}\to$$

$$\to\begin{pmatrix}3&3&2&8\\0&4&-3&1\\0&0&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}a_1\\a_2\\-a_1+3a_4\\7a_1-a_2+4a_3-21a_4\\-45a_1+3a_2+123a_4+12a_5\\-9a_1+3a_2+15a_4+12a_6\end{matrix}$$

Базис образуют векторы a_1, a_2, a_4. Разложение остальных векторов через базисные, будет такими:

$$7a_1-a_2+4a_3-21a_4=\theta;\ 4a_3=-7a_1+a_2+21a_4;\ a_3=-\frac{7}{4}a_1+\frac{1}{4}a_2+\frac{21}{4}a_4.$$

$$-45a_1+3a_2+123a_4+12a_5=\theta;\ 12a_5=45a_1-3a_2-123a_4;\ a_5=\frac{15}{4}a_1-\frac{1}{4}a_2-\frac{41}{4}a_4.$$

$$-9a_1+3a_2+15a_4+12a_6=\theta;\ 12a_6=9a_1-3a_2-15a_4;\ a_6=\frac{3}{4}a_1-\frac{1}{4}a_2-\frac{5}{4}a_4.$$

Ответ: базисные векторы: $a_1,\ a_2,\ a_4$. Разложение остальных векторов через базисные:

$a_3 = -\frac{7}{4}a_1 + \frac{1}{4}a_2 + \frac{21}{4}a_4,\ a_5 = \frac{15}{4}a_1 - \frac{1}{4}a_2 - \frac{41}{4}a_4,\ a_6 = \frac{3}{4}a_1 - \frac{1}{4}a_2 - \frac{5}{4}a_4.$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.