Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

По заданной матрице вычислить $\det A$, $A\cdot A^T$ и обратную матрицу A^{-1}, если она существует.

а) $\begin{pmatrix}1 & i\\ i & 1\end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix}7 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 2\\ 3 & 3 & -4\end{pmatrix}$.

Решение

а) $\Delta A=\begin{vmatrix}1 & i\\ i & 1\end{vmatrix}=1-i^2=2$.

$$A\cdot A^T=\begin{pmatrix}1 & i\\ i & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & i\\ i & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2i\\ 2i & 0\end{pmatrix}.$$

$A_{11}=1;\ A_{12}=-i;\ A_{21}=-i;\ A_{22}=1.$

$$A^{-1}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1 & -i\\ -i & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/2 & -i/2\\ -i/2 & 1/2\end{pmatrix}.$$

б) $\Delta A=\begin{vmatrix}7 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 2\\ 3 & 3 & -4\end{vmatrix}=-11.$

$$A\cdot A^T=\begin{pmatrix}7 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 2\\ 3 & 3 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 0 & 3\\ 1 & -1 & 3\\ -1 & 2 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}51 & -3 & 28\\ -3 & 5 & -11\\ 28 & -11 & 34\end{pmatrix}$$

$A_{11}=-2;\ A_{12}=6;\ A_{13}=3.$
$A_{21}=1;\ A_{22}=-25;\ A_{23}=-18.$
$A_{31}=1;\ A_{32}=-14;\ A_{33}=-7.$

$$A^{-1}=-\frac{1}{11}\cdot\begin{pmatrix}-2 & 1 & 1\\ 6 & -25 & -14\\ 3 & -18 & -7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2/11 & -1/11 & -1/11\\ -6/11 & 25/11 & 14/11\\ -3/11 & 18/11 & 7/11\end{pmatrix}$$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.