Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Задана матрица $A=\begin{pmatrix}4 & -7\\ -3 & 6\end{pmatrix}$. Показать, что матрица невырожденная, найти A^{-1} методом присоединённой матрицы, сделать проверку. Решить матричное уравнение $AX=\begin{pmatrix}-17 & 1\\ 15 & 0\end{pmatrix}$.

Решение

$$\Delta A=\begin{vmatrix}4 & -7\\ -3 & 6\end{vmatrix}=24-21=3.$$

Так как $\Delta A\neq 0$, то матрица A является невырожденной.

$$\left(\begin{array}{cc|cc}4 & -7 & 1 & 0\\ -3 & 6 & 0 & 1\end{array}\right)I:4\rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & -7/4 & 1/4 & 0\\ -3 & 6 & 0 & 1\end{array}\right)II+3\cdot I\rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & -7/4 & 1/4 & 0\\ 0 & 3/4 & 3/4 & 1\end{array}\right)II:3/4\rightarrow$$
$$\rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & -7/4 & 1/4 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 4/3\end{array}\right)I+7/4\cdot II\rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 0 & 2 & 7/3\\ 0 & 1 & 1 & 4/3\end{array}\right)$$

Следовательно, $A^{-1}=\begin{pmatrix}2 & 7/3\\ 1 & 4/3\end{pmatrix}$.

Проверка: $A^{-1}\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 7/3\\ 1 & 4/3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4 & -7\\ -3 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8-7 & -14+14\\ 4-4 & -7+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

$AX=\begin{pmatrix}-17 & 1\\ 15 & 0\end{pmatrix}$, $A^{-1}AX=A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-17 & 1\\ 15 & 0\end{pmatrix}$, $X=A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-17 & 1\\ 15 & 0\end{pmatrix}$.

$$X=\begin{pmatrix}2 & 7/3\\ 1 & 4/3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-17 & 1\\ 15 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-34+35 & 2+0\\ -17+20 & 1+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}.$$

Ответ: $A^{-1}=\begin{pmatrix}2 & 7/3\\ 1 & 4/3\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.