Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 3\\ -3 & 2 & \lambda & 2 & 7\\ 3 & 2 & 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$ в зависимости от параметра λ.

Решение

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 3\\ -3 & 2 & \lambda & 2 & 7\\ 3 & 2 & 3 & 2 & 1\end{pmatrix}\begin{matrix}\\ II+3\cdot I\\ III-3\cdot I\end{matrix}\to\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 8 & \lambda+3 & 8 & 16\\ 0 & -4 & 0 & -4 & -8\end{pmatrix}\begin{matrix}\\ \\ III:(-4)\end{matrix}\to\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 8 & \lambda+3 & 8 & 16\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2\end{pmatrix}\to$$

$$\to\left|\begin{matrix}\textit{меняем местами вторую}\\ \textit{и третью строки}\end{matrix}\right|\to\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 8 & \lambda+3 & 8 & 16\end{pmatrix}\begin{matrix}\\ \\ III-8\cdot II\end{matrix}\to\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & \lambda+3 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Если $\lambda+3=0$, т.е. $\lambda=-3$, то матрица A, приведенная к ступенчатому виду, имеет две ненулевые строки, поэтому $\operatorname{rang}A=2$.

Если $\lambda+3\neq 0$, т.е. $\lambda\neq -3$, то матрица A, приведенная к ступенчатому виду, имеет три ненулевые строки, поэтому $\operatorname{rang}A=3$.

Ответ: $\operatorname{rang}A=\begin{cases}2, \textit{ если } \lambda=-3\\ 3, \textit{ если } \lambda\neq -3\end{cases}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.