Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 3 & -1 & 0\\ 1 & -2 & 1\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}10 & 20 & 20\\ 5 & 0 & 20\\ -10 & 10 & 10\end{pmatrix}$. Вычислить матрицу $C=A^{-1}B$ и найти её ранг.

Решение

$$\Delta A=\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\ 3 & -1 & 0\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix}=-1+0-18+3+6-0=-10$$

$$A_{11}=(-1)^2\cdot\begin{vmatrix}-1 & 0\\ -2 & 1\end{vmatrix}=-1;\ A_{12}=(-1)^3\cdot\begin{vmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-3;\ A_{13}=(-1)^4\cdot\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & -2\end{vmatrix}=-5;$$

$$A_{21}=(-1)^3\cdot\begin{vmatrix}-2 & 3\\ -2 & 1\end{vmatrix}=-4;\ A_{22}=(-1)^4\cdot\begin{vmatrix}1 & 3\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-2;\ A_{23}=(-1)^5\cdot\begin{vmatrix}1 & -2\\ 1 & -2\end{vmatrix}=0;$$

$$A_{31}=(-1)^4\cdot\begin{vmatrix}-2 & 3\\ -1 & 0\end{vmatrix}=3;\ A_{32}=(-1)^5\cdot\begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & 0\end{vmatrix}=9;\ A_{33}=(-1)^6\cdot\begin{vmatrix}1 & -2\\ 3 & -1\end{vmatrix}=5.$$

$$A^{-1}=-\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -4 & 3\\ -3 & -2 & 9\\ -5 & 0 & 5\end{pmatrix}$$

$$C=A^{-1}B=-\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -4 & 3\\ -3 & -2 & 9\\ -5 & 0 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}10 & 20 & 20\\ 5 & 0 & 20\\ -10 & 10 & 10\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -3\\ 3 & 2 & -9\\ 5 & 0 & -5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 4 & 4\\ 1 & 0 & 4\\ -2 & 2 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}2+4+6 & 4+0-6 & 4+16-6\\ 6+2+18 & 12+0-18 & 12+8-18\\ 10+0+10 & 20+0-10 & 20+0-10\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}12 & -2 & 14\\ 26 & -6 & 2\\ 20 & 10 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & -1 & 7\\ 13 & -3 & 1\\ 10 & 5 & 5\end{pmatrix}$$

$$\Delta C=\begin{vmatrix}6 & -1 & 7\\ 13 & -3 & 1\\ 10 & 5 & 5\end{vmatrix}=-90-10+455+210+65-30=600$$

Так как $\Delta C\neq 0$, то $\operatorname{rang} C=3$.

Ответ: $\operatorname{rang} C=3$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.