Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследуйте квадратную систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 = \lambda \end{cases}$ при различных значениях вещественного параметра λ. Решите, если это возможно, данную систему методом Крамера при $\lambda = 2$.

Решение

Найдем определитель матрицы системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -\lambda \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - (-2\lambda) = 4 + 2\lambda$$

Если $\Delta \neq 0$, т.е. $\lambda \neq -2$, то система имеет единственное решение. Если $\lambda = -2$, то получим систему:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = -1 \end{cases}$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим: $0 = -4$. Полученное противоречие говорит о том, что система не имеет решений.

Если $\lambda = 2$, то система примет вид: $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases}$. Применим метод Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 2 = 4,\ \Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 2 = 8,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 3 = -2.$$

$$x_1 = \frac{8}{4} = 2,\ x_2 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: система имеет единственное решение при $\lambda \neq -2$. Если $\lambda = -2$, то система не имеет решений. Если $\lambda = 2$, то $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{1}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.