Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Дана система $\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3+2x_4-x_5=3 \\ -x_1+x_2+2x_3+2x_4-3x_5=3 \\ x_1+4x_2+3x_3+4x_4-4x_5=6 \end{cases}$. С помощью теоремы Кронекера-Капелли установить совместность системы.

Решение

Матрица системы: $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Расширенная матрица системы: $\tilde{A}=\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 4 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & 2 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right)$.

Найдём ранги данных матриц. При записи расширенной матрицы системы поменяем местами первую и третью строки:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 4 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & 2 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ II+I \\ III-2\cdot I \end{matrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 4 & -4 & 6 \\ 0 & 5 & 5 & 6 & -7 & 9 \\ 0 & -5 & -5 & -6 & 7 & -9 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \\ III+II \end{matrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 4 & -4 & 6 \\ 0 & 5 & 5 & 6 & -7 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Ранг расширенной матрицы системы $\operatorname{rang}\tilde{A}=2$, ранг матрицы системы $\operatorname{rang}A=2$. Так как $\operatorname{rang}\tilde{A}=\operatorname{rang}A$, то система совместна. Так как при этом количество переменных больше, чем ранги матрицы системы и расширенной матрицы системы, т.е. $\operatorname{rang}\tilde{A}=\operatorname{rang}A<5$, то система является неопределенной, т.е. имеет бесконечное количество решений.

Ответ: система является совместной и неопределённой.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.