Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на совместность и найти общее решение системы: $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3 \end{cases}$.

Решение

Матрица системы: $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & 4 \\ 7 & -4 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & -4 & -6 \end{pmatrix}$.

Расширенная матрица системы: $\overline{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -5 & 2 & 4 & 2 \\ 7 & -4 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & -4 & -6 & 3 \end{array}\right)$

Применим метод Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -5 & 2 & 4 & 2 \\ 7 & -4 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & -4 & -6 & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ II - 7/3 \cdot I \\ III - 5/3 \cdot II \end{matrix} \to \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -5 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 23/3 & -11/3 & -19/3 & 1/3 \\ 0 & 46/6 & -22/3 & -38/3 & -1/3 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \\ III - 2 \cdot II \end{matrix} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -5 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 23/3 & -11/3 & -19/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

Матрица системы и расширенная матрица системы приведены к ступенчатому виду. Так как преобразованная матрица системы содержит две ненулевых строки, то $\operatorname{rang} A = 2$. Преобразованная матрица системы содержит три ненулевых строки, поэтому $\operatorname{rang} \overline{A} = 3$. Так как $\operatorname{rang} A \neq \operatorname{rang} \overline{A}$, то согласно теореме Кронекера-Капелли система является несовместной, т.е. не имеет решений.

Ответ: система несовместна.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.