Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найдите условный экстремум функции $f(x,y)=3x^2+2y^2$ на множестве решений уравнения $\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1$.

Решение

$$F=3x^2+2y^2+\lambda\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{2}-1\right)$$

$F'_x=6x+\frac{\lambda}{3};\ F'_y=4y-\frac{\lambda}{2}.$

$$\begin{cases}6x+\frac{\lambda}{3}=0;\\ 4y-\frac{\lambda}{2}=0;\\ \frac{x}{3}-\frac{y}{2}-1=0.\end{cases}$$

Из первого и второго уравнений имеем: $x=-\frac{\lambda}{18}$, $y=\frac{\lambda}{8}$. Подставляя в третье уравнение, получим:

$$-\frac{\lambda}{54}-\frac{\lambda}{16}-1=0;\ \lambda=-\frac{432}{35}.$$

Следовательно, $x=-\frac{\lambda}{18}=\frac{24}{35}$, $y=\frac{\lambda}{8}=-\frac{54}{35}$. Получили точку $M\left(\frac{24}{35};-\frac{54}{35}\right)$.

$$F''_{xx}=6;\ F''_{yy}=4;\ F''_{xy}=0.$$

Так как $d^2F=6dx^2+4dy^2>0$, то в точке M функция имеет условный минимум:

$$f_{\min}=f\left(\frac{24}{35};-\frac{54}{35}\right)=\frac{216}{35}.$$

Ответ: $f_{\min}=\frac{216}{35}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.