Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

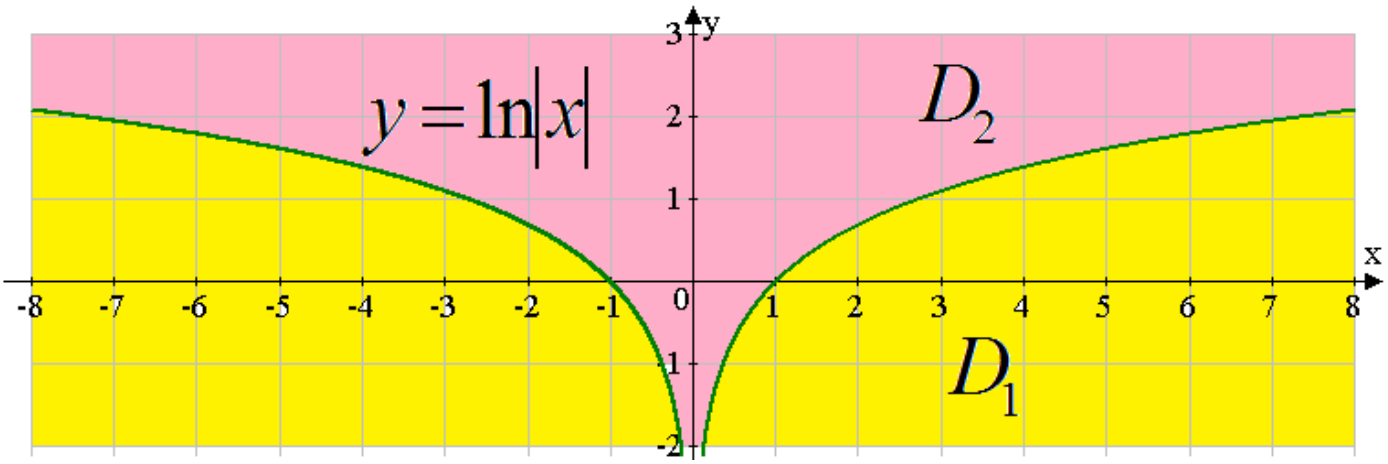
Нарисуйте линии уровня функции $z=\max\left(e^y,|x|\right)$.

Решение

Рассмотрим два случая: $e^y \ge |x|$ и $e^y < |x|$. Если $e^y \ge |x|$, то $\max\left(e^y,|x|\right)=e^y$, поэтому $z=e^y$. Если $e^y < |x|$, то $\max\left(e^y,|x|\right)=|x|$, поэтому $z=|x|$. Следовательно, заданную функцию можно записать так:

$$z=\begin{cases} e^y, & \text{если } e^y \ge |x| \\ |x|, & \text{если } e^y < |x| \end{cases}$$

Построим линию $e^y=|x|$, т.е. $y=\ln|x|$. Для этого построим линию $y=\ln x$ при условии $x>0$, а потом симметрично отобразим её относительно оси Oy:



В области D_1 имеем $z=|x|$, в области D_2 и на линии $y=\ln|x|$ имеем $z=e^y$. Линии уровня задаются такими условиями:

$$C=\begin{cases} e^y, & \text{если } e^y \ge |x| \\ |x|, & \text{если } e^y < |x| \end{cases}.$$

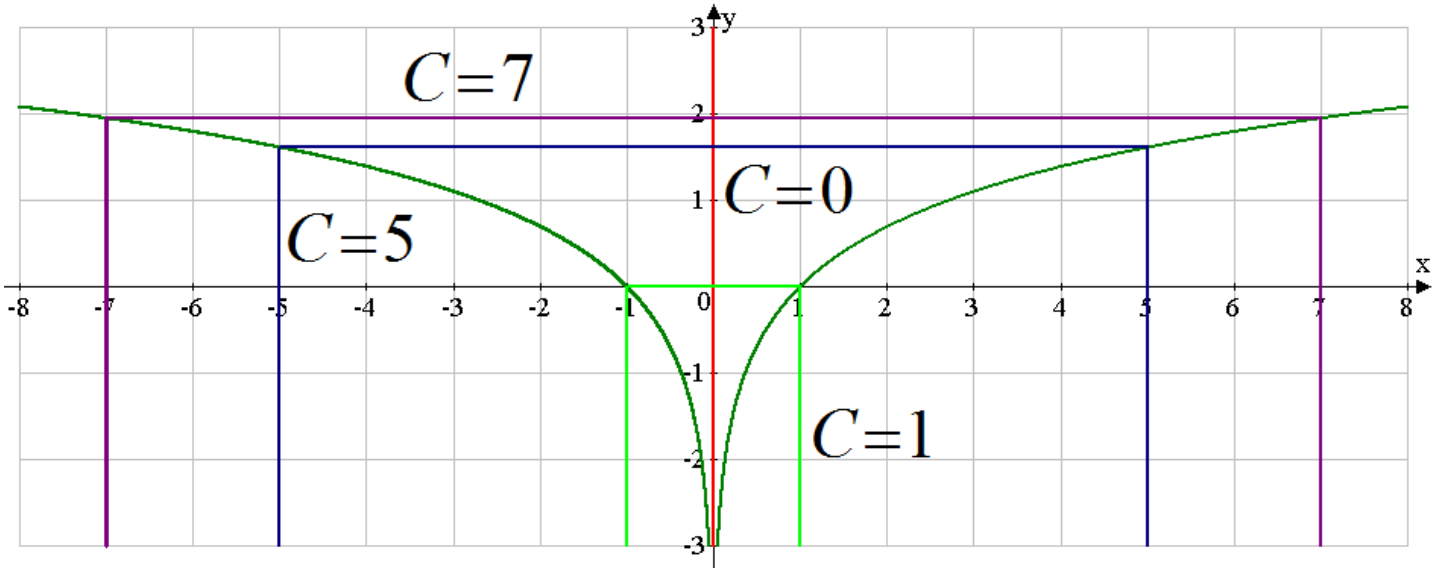
Так как $|x|\ge 0$ и $e^y>0$ для любых значений $x\in R$, $y\in R$, то случай $C<0$ невозможен.

Если $C=0$, то $|x|=0$ (в области D_1) или $e^y=0$ (в области D_2). Так как для всех $y\in R$ имеем $e^y>0$, то случай $e^y=0$ невозможен. Следовательно, при $C=0$ линией уровня будет $x=0$ (ось Oy).

Если $C>0$, то в области D_2 получим: $e^y=C$, т.е. $y=\ln C$. В области D_1 получим: $|x|=C$, т.е. $x=-C$, $x=C$. Линии $|x|=C$ и $y=\ln C$ будут пересекаться на кривой $y=\ln|x|$.

	$C<0$	$C=0$	$C>0$
Линии уровня	Линий уровня нет	Ось Oy	Под кривой $y=\ln\|x\|$: $x=-C$, $x=C$ Над кривой $y=\ln\|x\|$: $y=\ln C$

Построим линии уровня при $C=0$, $C=1$, $C=5$, $C=7$. При $C=1$ линия уровня будет состоять из частей прямых $x=-1$, $x=1$, $y=\ln 1=0$; при $C=5$ линия уровня будет состоять из частей прямых $x=-5$, $x=5$, $y=\ln 5\approx 1{,}61$; при $C=7$ линия уровня будет состоять из частей прямых $x=-7$, $x=7$, $y=\ln 7\approx 1{,}95$.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.