Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Нарисовать карту линий уровня $f = x^2 - \frac{y^2}{2}$.

Решение

Линии уровня данной функции определяются уравнением $x^2 - \frac{y^2}{2} = C$. Если $C = 0$, то получим:

$$x^2 - \frac{y^2}{2} = 0,\ \left(x - \frac{y}{\sqrt{2}}\right)\cdot\left(x + \frac{y}{\sqrt{2}}\right) = 0,\ \left[\begin{array}{l} x - \frac{y}{\sqrt{2}} = 0 \\ x + \frac{y}{\sqrt{2}} = 0 \end{array}\right.,\ \left[\begin{array}{l} y = \sqrt{2}\,x \\ y = -\sqrt{2}\,x \end{array}\right..$$

Получили множество точек, расположенных на пересекающихся в начале координат прямых $y = \sqrt{2}x$ и $y = -\sqrt{2}x$.

Пусть $C < 0$, тогда получим:

$$x^2 - \frac{y^2}{2} = -|C|;\ \frac{x^2}{|C|} - \frac{y^2}{2|C|} = -1.$$

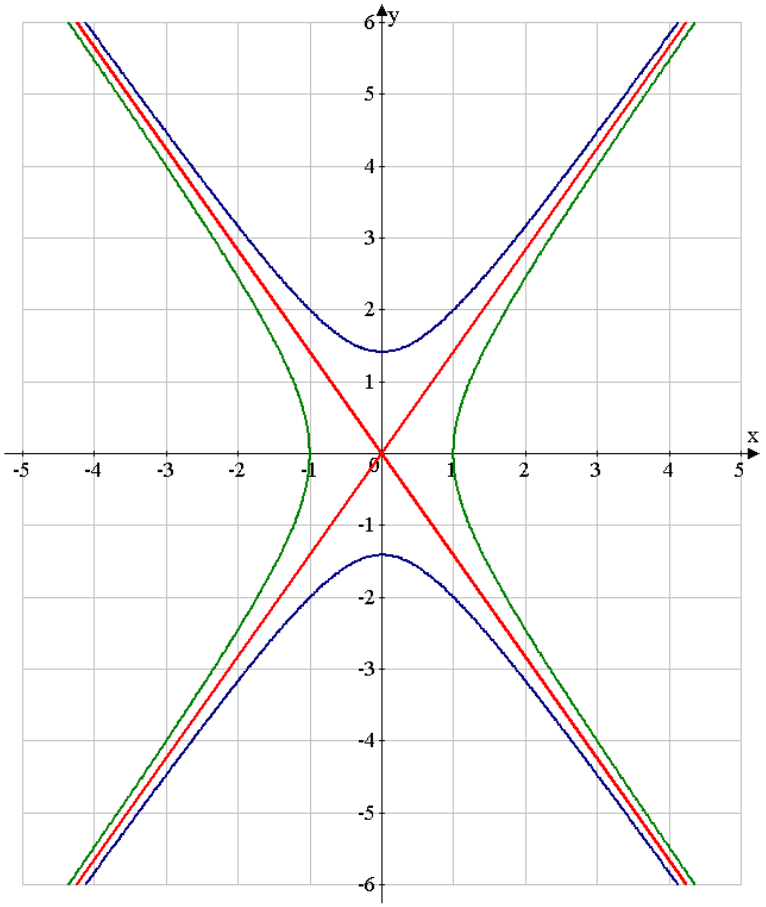
Данное уравнение определяет гиперболу с действительной осью Oy. Полуоси гиперболы равны $a = \sqrt{|C|}$, $b = \sqrt{2|C|}$.

Пусть $C > 0$, тогда получим:

$$x^2 - \frac{y^2}{2} = C;\ \frac{x^2}{C} - \frac{y^2}{2C} = 1.$$

Данное уравнение определяет гиперболу с действительной осью Ox. Полуоси гиперболы равны $a = \sqrt{C}$, $b = \sqrt{2C}$.

При $C \neq 0$ для полученных гипербол имеем $\frac{b}{a} = \sqrt{2}$, поэтому асимптотами данных гипербол при любом значении $C \neq 0$ будут прямые $y = -\sqrt{2}x$, $y = \sqrt{2}x$.



$C = 0:\ y = -\sqrt{2};\ y = \sqrt{2}$

$C = -1:\ \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{2} = -1$

$C = 1:\ \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{2} = 1$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.