Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти экстремум функции $z = 2x^2 - 4xy + 6y^2 - 8x + 16y - 3$.

Решение

$\frac{\partial z}{\partial x} = 4x - 4y - 8$; $\frac{\partial z}{\partial y} = -4x + 12y + 16$.

$$\begin{cases} 4x - 4y - 8 = 0; \\ -4x + 12y + 16 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y - 2 = 0; \\ -x + 3y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$x - y - 2 + (-x + 3y + 4) = 0;\ y = -1 \Rightarrow\ x = y + 2 = -1 + 2 = 1.$$

Получили стационарную точку $M(1;-1)$.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 4;\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 12;\ \frac{\partial z}{\partial x \partial y} = -4.$$

$$\Delta = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial z}{\partial x \partial y} \right)^2 = 4 \cdot 12 - (-4)^2 = 32.$$

Так как $\Delta > 0$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0$, то $M(1;-1)$ – точка минимума функции z.

$$z_{\min} = z(1;-1) = 2 + 4 + 6 - 8 - 16 - 3 = -15.$$

Ответ: $(1;-1)$ – точка минимума, $z_{\min} = -15$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.