Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на экстремум функцию $z=3\ln(x+2)+2\ln y-3x-y^2+3$.

Решение

Для данной функции имеем такую область определения: $\begin{cases}x+2>0\\y>0\end{cases}$, $\begin{cases}x>-2\\y>0\end{cases}$.

$z'_x=\dfrac{3}{x+2}-3$, $z'_y=\dfrac{2}{y}-2y$.

$$\begin{cases}\dfrac{3}{x+2}-3=0\\\dfrac{2}{y}-2y=0\end{cases}\qquad\begin{cases}\dfrac{1}{x+2}=1\\\dfrac{1}{y}=y\end{cases}\qquad\begin{cases}x+2=1\\y^2=1\end{cases}\qquad\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$$

Стационарная точка: $M(-1;1)$.

$z''_{xx}=-\dfrac{3}{(x+2)^2}$, $z''_{xy}=0$, $z''_{yy}=-\dfrac{2}{y^2}-2$.

$$\Delta=z''_{xx}\cdot z''_{yy}-\left(z''_{xy}\right)^2=-\frac{3}{(x+2)^2}\cdot\left(-\frac{2}{y^2}-2\right)-0=\frac{3}{(x+2)^2}\cdot\left(\frac{2}{y^2}+2\right)$$

В точке M получим: $z''_{xx}=-3$, $\Delta=12$. Так как $\Delta>0$ и $z''_{xx}<0$, то M – точка максимума.

$$z_{\max}=z(-1,1)=3\ln1+2\ln1+3-1+3=5$$

Ответ: $(-1;1)$ – точка максимума, $z_{\max}=5$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.