Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x,y)=\frac{1}{x}+\frac{28}{y}+x+7y+6$ ($x>0$, $y>0$) и укажите их вид.

Решение

$f'_x=-\frac{1}{x^2}+1$, $f'_y=-\frac{28}{y^2}+7$.

$$\begin{cases}-\frac{1}{x^2}+1=0;\\ -\frac{28}{y^2}+7=0.\end{cases}\qquad\begin{cases}x^2=1;\\ y^2=4.\end{cases}$$

С учётом условий $x>0$, $y>0$ из первого уравнения получим: $x=1$, а из второго уравнения имеем: $y=2$. Следовательно, стационарная точка будет такой: $M(1;2)$.

$f''_{xx}=\left(-x^{-2}+1\right)'_x=2\cdot x^{-3}=\frac{2}{x^3}$, $f''_{yy}=\left(-28y^{-2}+7\right)'_y=28\cdot 2\cdot y^{-3}=\frac{56}{y^3}$, $f''_{xy}=0$.

$$\Delta=f''_{xx}\cdot f''_{yy}-\left(f''_{xy}\right)^2=\frac{2}{x^3}\cdot\frac{56}{y^3}-0^2=\frac{112}{x^3y^3}.$$

В точке $M(1;2)$ получим: $\Delta(M)=\frac{112}{1^3\cdot 2^3}=14$; $f''_{xx}(M)=\frac{2}{1^3}=2$. Так как $\Delta(M)>0$ и $f''_{xx}(M)>0$, то M – точка минимума.

Ответ: $(1;2)$ – точка минимума.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.