Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на экстремум функцию двух переменных: $z = 3y^2 - 2y\sqrt{x} + x - 8y + 1$.

Решение

$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{y}{\sqrt{x}} + 1;\ \frac{\partial z}{\partial y} = 6y - 2\sqrt{x} - 8.$

$$\begin{cases} -\frac{y}{\sqrt{x}} + 1 = 0; \\ 6y - 2\sqrt{x} - 8 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{x}; \\ 3y - \sqrt{x} = 4. \end{cases}$$

$3y - y = 4;\ 2y = 4;\ y = 2.$

$\sqrt{x} = 2;\ x = 4.$

Стационарная точка: $M(4;2)$.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{y}{2x\sqrt{x}};\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6;\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{\sqrt{x}}.$$

В точке M получим: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{8};\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6;\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{2}$.

$$\Delta = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Так как $\Delta > 0$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0$, то $M(4;2)$ – точка минимума.

$$z_{\min} = z(4;2) = 12 - 4 \cdot 2 + 4 - 16 + 1 = -7.$$

Ответ: $(4;2)$ – точка минимума, $z_{\min} = -7$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.