Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на экстремум функцию $u=(x-1)^2+5(y-2)^2+z^2-2z+1$.

Решение

$\frac{\partial u}{\partial x}=2(x-1),\ \frac{\partial u}{\partial y}=10(y-2),\ \frac{\partial u}{\partial z}=2z-2$.

$$\begin{cases}2(x-1)=0;\\10(y-2)=0;\\2z-2=0.\end{cases}\quad\begin{cases}x=1;\\y=2;\\z=1.\end{cases}$$

Стационарная точка: $M(1;2;1)$.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=2,\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=10,\ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=2.$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=0;\ \frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=0;\ \frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=0.$$

$$d^2u=2dx^2+10dy^2+2dz^2.$$

Так как $d^2u>0$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}>0$, то в точке $M(1;2;1)$ функция имеет минимум, $u_{\min}=u(1;2;1)=0$.

Ответ: $(1;2;1)$ – точка минимума, $u_{\min}=0$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.