Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти точки экстремума функции трёх переменных $f(x,y,z)=x^2+y^2+4z^2+xy-8z+3y$. Определить экстремальные значения функции.

Решение

$f'_x=2x+y$, $f'_y=2y+x+3$, $f'_z=8z-8$.

$$\begin{cases}2x+y=0\\2y+x+3=0\\8z-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y=0\\2y+x=-3\\z=1\end{cases}$$

Из первого уравнения имеем: $y=-2x$. Подставляем во второе уравнение:

$$-4x+x=-3;\ -3x=-3;\ x=1.$$

$$y=-2\cdot1=-2.$$

Стационарная точка: $M(1;-2;1)$.

$f''_{xx}=2$, $f''_{xy}=1$; $f''_{xz}=0$; $f''_{yy}=2$; $f''_{yz}=0$; $f''_{zz}=8$.

$$\Delta_1=2$$
$$\Delta_2=\begin{vmatrix}2&1\\1&2\end{vmatrix}=4-1=3$$
$$\Delta_3=\begin{vmatrix}2&1&0\\1&2&0\\0&0&8\end{vmatrix}=32+0+0-0-8-0=24.$$

Так как $\Delta_1>0$, $\Delta_2>0$, $\Delta_3>0$, то $M(1;-2;1)$ – точка минимума функции $f(x,y,z)$.

$$f_{\min}=f(1;-2;1)=1+4+4-2-8-6=-7.$$

Ответ: $(1;-2;1)$ – точка минимума, $f_{\min}=-7$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.