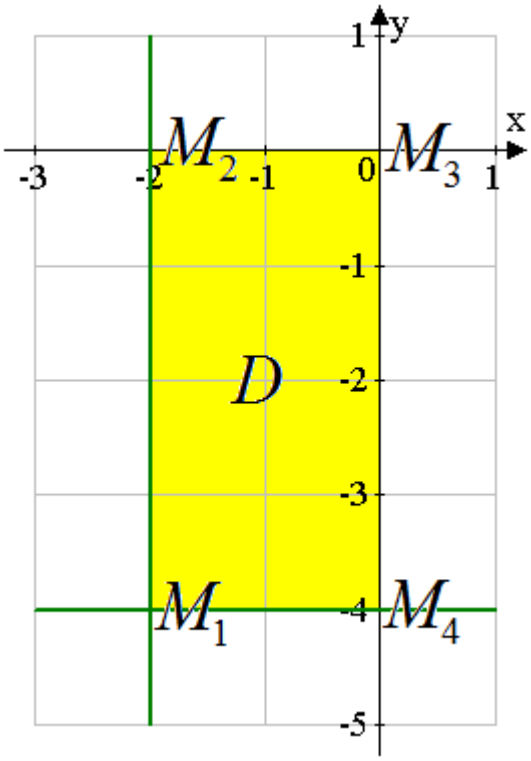
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Заданы функция двух переменных $z=-x^2-2x-y^2-4y-6$ и область D: $-2\le x\le 0$, $-4\le y\le 0$. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции z в области D.

Решение

Область D ограничена прямыми $x=-2$, $x=0$ (ось Oy), $y=0$ (ось Ox) и $y=-4$.



Найдём стационарные точки, принадлежащие области D.

$z'_x=-2x-2$; $z'_y=-2y-4$.

$$\begin{cases}-2x-2=0\\-2y-4=0\end{cases}\qquad\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$$

Получили точку $M_0(-1;-2)\in D$. Значение функции в этой точке будет таким:

$$z_0=z(-1;-2)=-1+2-4+8-6=-1.$$

Исследуем функцию $z(x,y)$ на границе области D.

Если $x=-2$, $-4\le y\le 0$, то получим:

$$f_1(y)=z(-2,y)=-4+4-y^2-4y-6=-y^2-4y-6.$$

$f_1'(y)=-2y-4$; $-2y-4=0$; $y=-2$.

Значение $y=-2$ принадлежит отрезку $-4\le y\le 0$. Значение функции в этой точке будет таким:

$$z_1=f_1(-2)=-4+8-6=-2.$$

На концах отрезка лежат точки M_1 и M_2. Значения функции в них будут такими:

$$z_2=f_1(-4)=-16+16-6=-6$$
$$z_3=f_1(0)=0-0-6=-6$$

Если $x=0$, $-4\le y\le 0$, то получим:

$$f_2(y)=z(0,y)=-y^2-4y-6.$$

Функция $f_2(y)$ совпадает с функцией $f_1(y)$, исследование которой на отрезке $-4\le y\le 0$ было проведено в предыдущем пункте. На концах отрезка, соответственно, получим:

$$z(M_4)=z(M_1)=-6$$
$$z(M_3)=z(M_2)=-6$$

Если $y=0$, $-2\le x\le 0$, то получим:

$$f_3(x)=z(x,0)=-x^2-2x-6.$$

$f_3'(x)=-2x-2$; $-2x-2=0$; $x=-1$.

Значение $x=-1$ принадлежит отрезку $-2\le x\le 0$. Значение функции в этой точке будет таким:

$$z_4=f_3(-1)=-1+2-6=-5.$$

На концах отрезка лежат точки M_2 и M_3, значения функции в которых были найдены ранее.

Если $y=-4$, $-2\le x\le 0$, то получим:

$$f_4(x)=z(x,-4)=-x^2-2x-16+16-6=-x^2-2x-6.$$

Функция $f_4(x)$ совпадает с функцией $f_3(x)$, исследование которой на отрезке $-2\le x\le 0$ было проведено в предыдущем пункте. На концах отрезка лежат точки M_1 и M_4, значения функции в которых были найдены ранее.

В ходе исследования получены такие значения: $z_0=-1$; $z_1=-2$; $z_2=-6$; $z_3=-6$; $z_4=-5$.

Наименьшее значение: $z_{\min}=-6$.
Наибольшее значение: $z_{\max}=-1$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.