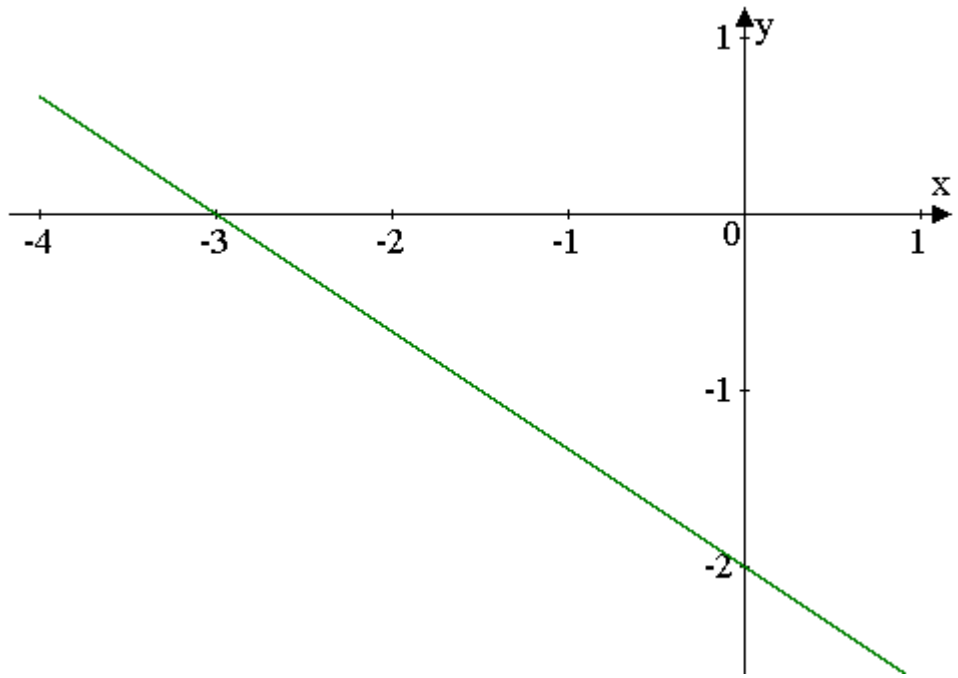
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти глобальные экстремумы функции $z = x^3 - 4xy + 3x + 6y + 5$ в замкнутой области $D: 2x + 3y = -6;\ x = 0;\ y = 0$.

Решение

Область D ограничена прямой $2x + 3y = -6$ и осями координат:



$$z'_x = 3x^2 - 4y + 3,\ z'_y = -4x + 6$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 4y + 3 = 0; \\ -4x + 6 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{3}{2}; \\ y = \dfrac{39}{16} \end{cases}$$

Стационарная точка $M_0\left(\frac{3}{2};\frac{39}{16}\right)$ не принадлежит области D.

Исследуем функцию на границе области D.

Если $x = 0,\ -2 \le y \le 0$, то $z = 6y + 5$.

$$z'_y = 6$$

Так как $z'_y \neq 0$, то найдем значения z на концах интервала: $z(0;-2) = -7$, $z(0;0) = 5$.

Если $y = 0,\ -3 \le x \le 0$, то $z = x^3 + 3x + 5$.

$$z'_x = 3x^2 + 3$$

Так как $z'_x \neq 0$, то найдем значения z на концах интервала: $z(-3;0) = -31$, $z(0;0) = 5$.

Если $y = \dfrac{-6-2x}{3}$, $-3 \le x \le 0$, то $z = x^3 + \dfrac{8x^2}{3} + 7x - 7$.

$$z'_x = 3x^2 + \frac{16x}{3} + 7$$

$3x^2 + \dfrac{16x}{3} + 7 = 0$; $D = \dfrac{256}{9} - 84 = -\dfrac{500}{9}$

Так как $D < 0$, то $z'_x \neq 0$. Значения на концах интервала были найдены ранее.

Глобальный минимум: $z_{\min} = -31$
Глобальный максимум: $z_{\max} = 5$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.