Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти асимптоты графика функции $f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x+2}$.

Решение

Это дробно-рациональная функция. Эта функция имеет разрыв лишь в тех точках, в которых знаменатель равен 0:

$$x+2=0$$
$$x=-2$$

Следовательно, заданная функция непрерывна при $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$, поэтому вертикальная асимптота может существовать лишь в точке $x=2$.

$$\lim_{x\to -2-0} f(x)=\lim_{x\to -2-0}\frac{(x-1)^2}{x+2}=-\infty$$
$$\lim_{x\to -2+0} f(x)=\lim_{x\to -2+0}\frac{(x-1)^2}{x+2}=+\infty$$

Следовательно, прямая $x=-2$ – вертикальная асимптота. Уравнения наклонных асимптот ищем в виде $y=kx+b$:

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{(x-1)^2}{x^2+2x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^2}{1+\dfrac{2}{x}}=1$$

$$b=\lim_{x\to\infty}(y(x)-x)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{(x-1)^2}{x+2}-x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{-4x+1}{x+2}=\lim_{x\to\infty}\frac{-4+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{2}{x}}=-4.$$

Прямая $y=x-4$ – наклонная асимптота.

Ответ: $x=2$ – вертикальная асимптота; $y=x-4$ – наклонная асимптота.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.