Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Составить уравнения всех асимптот кривой $y=\ln\dfrac{x+1}{x+2}$.

Решение

Данная функция определена и непрерывна при $\dfrac{x+1}{x+2}>0$, т.е. при $x\in(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty)$. При $x\to -2-0$ имеем $\dfrac{x+1}{x+2}\to+\infty$; при $x\to -1+0$ имеем $\dfrac{x+1}{x+2}\to 0+0$. Следовательно, получим:

$$\lim_{x\to -2-0}y(x)=\lim_{x\to -2-0}\ln\frac{x+1}{x+2}=+\infty,\quad \lim_{x\to -1+0}y(x)=\lim_{x\to -1+0}\ln\frac{x+1}{x+2}=-\infty.$$

Прямая $x=-2$ будет левосторонней вертикальной асимптотой, а прямая $x=-1$ будет правосторонней вертикальной асимптотой.

Уравнение наклонной асимптоты ищем в виде $y=kx+b$. Так как при $x\to\infty$ имеем $\dfrac{x+1}{x+2}\to 1$, то получим:

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\dfrac{x+1}{x+2}}{x}=0,$$
$$b=\lim_{x\to\infty}(y(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}\ln\frac{x+1}{x+2}=0.$$

Прямая $y=0$ (ось Ox) будет горизонтальной асимптотой.

Ответ:

- Наклонные асимптоты: $x=-2$, $x=-1$.
- Горизонтальная асимптота: $y=0$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.