Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Составить уравнения всех асимптот кривой $y = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}$.

Решение

Функция непрерывна при $x \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$. Так как при $x \to 0-0$ имеем $\frac{1}{x} \to -\infty$, то $e^{\frac{1}{x}} \to 0$. Следовательно, $\lim\limits_{x \to 0-0} x^2 e^{\frac{1}{x}} = 0 \cdot 0 = 0$. Если же $x \to 0+0$, то $e^{\frac{1}{x}} \to +\infty$, поэтому получим:

$$\lim_{x \to 0+0} x^2 e^{\frac{1}{x}} = \left[\begin{matrix} t = \frac{1}{x}; \\ t \to +\infty. \end{matrix} \right] = \lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^2} = \left[\begin{matrix} \textit{Применяем правило} \\ \textit{Лопиталя.} \end{matrix} \right] = \lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{2t} = \left[\begin{matrix} \textit{Применяем правило} \\ \textit{Лопиталя.} \end{matrix} \right] = \lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{2} = +\infty.$$

Следовательно, $x = 0$ (ось Oy) – правосторонняя вертикальная асимптота.

Уравнение наклонной асимптоты будем искать в виде $y = kx + b$. Так как при $x \to \infty$ имеем $\frac{1}{x} \to 0$, то $e^{\frac{1}{x}} \to 1$. Следовательно, получим:

$$k = \lim_{x \to \infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \left(x e^{\frac{1}{x}} \right) = \infty.$$

Наклонных асимптот нет.

Ответ: $x = 0$ – вертикальная асимптота.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.