Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Прямая $y=-2x+3$ является асимптотой графика функции $y=\dfrac{4x^2+mx+1}{nx+5}$. Найти значение функции при $x=2$.

Решение

Уравнение наклонной асимптоты имеет вид $y=kx+b$. Согласно условию, имеем $k=-2$, $b=3$.

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+mx+1}{x(nx+5)}=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\dfrac{m}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{n+\dfrac{5}{x}}$$

Если $n=0$, то $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\infty$, что противоречит условию. Следовательно, $n\neq 0$, поэтому

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4+\dfrac{m}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{n+\dfrac{5}{x}}=\frac{4+0+0}{n+0}=\frac{4}{n}$$

Так как по условию $k=-2$, то $\dfrac{4}{n}=-2$, откуда $n=-2$.

$$b=\lim_{x\to\infty}\bigl(f(x)-kx\bigr)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^2+mx+1}{-2x+5}+2x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{mx+10x+1}{-2x+5}=\lim_{x\to\infty}\frac{m+10+\dfrac{1}{x}}{-2+\dfrac{5}{x}}=\frac{m+10}{-2}$$

Так как согласно условию $b=3$, то $\dfrac{m+10}{-2}=3$, откуда $m=-16$. Следовательно, $y=\dfrac{4x^2-16x+1}{-2x+5}$, поэтому $y(2)=\dfrac{16-32+1}{-4+5}=-15$.

Ответ: -15.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.