Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найдите точку пересечения асимптот графика функции $y=\dfrac{3x^2-2x-1}{x-4}$.

Решение

Это дробно-рациональная функция. Эта функция имеет разрыв лишь в тех точках, в которых знаменатель равен 0:

$$x-4=0$$
$$x=4$$

Следовательно, заданная функция непрерывна при $x\in(-\infty;4)\cup(4;+\infty)$, поэтому вертикальная асимптота может существовать лишь в точке $x=4$.

$$\lim_{x\to -4-0} f(x)=\lim_{x\to -4-0}\frac{3x^2-2x-1}{x-4}=\infty$$
$$\lim_{x\to -4+0} f(x)=\lim_{x\to -4+0}\frac{3x^2-2x-1}{x-4}=\infty$$

Следовательно, прямая $x=4$ – вертикальная асимптота. Уравнения наклонных асимптот ищем в виде $y=kx+b$:

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x-1}{x(x-4)}=\lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{4}{x}}=3.$$

$$b=\lim_{x\to\infty}(y(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-2x-1}{x-4}-3x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x-1-3x(x-4)}{x-4}=\lim_{x\to\infty}\frac{10x-1}{x-4}=\lim_{x\to\infty}\frac{10-\frac{1}{x}}{1-\frac{4}{x}}=10$$

Следовательно, прямая $y=3x+10$ – наклонная асимптота. Найдём точку пересечения наклонной и вертикальной асимптот:

$$\begin{cases}x=4\\y=3x+10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\cdot 4+10=22\end{cases}$$

Асимптоты пересекаются в точке $(4;22)$.

Ответ: $(4;22)$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.