Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти точки разрыва функции $f(x)=\begin{cases}-1;\ x\le -1\\ \sqrt{1-x^2};\ -1<x\le 0\\ 1-x;\ x>0\end{cases}$ и определить характер точек разрыва.

Построить график.

Решение

Функция $y_1=-1$ при $x<-1$ непрерывна; функция $y_2=\sqrt{1-x^2}$ при $-1<x<0$ непрерывна; функция $y_3=1-x$ при $x>0$ непрерывна. Следовательно, нужно исследовать на разрыв только точки $x=-1$ и $x=0$.

В точке $x=-1$ получим:

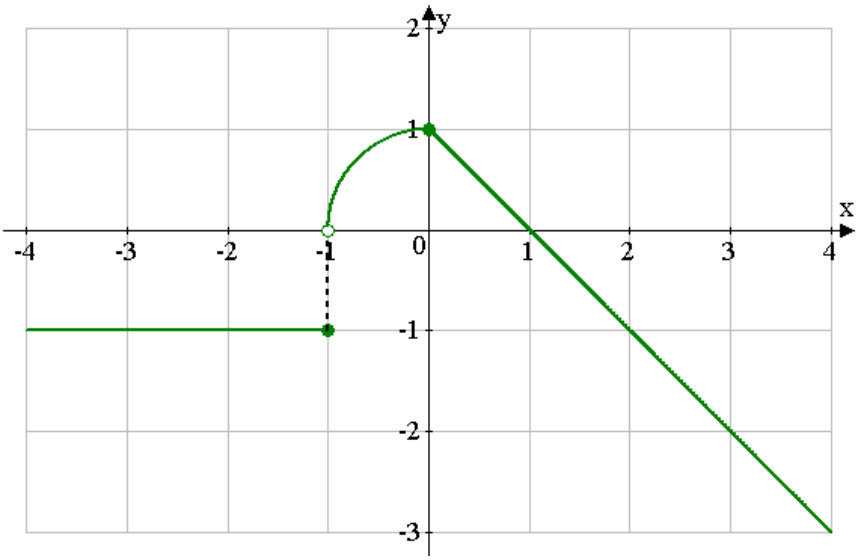
$$f(-1)=-1;\ \lim_{x\to -1-0} f(x)=\lim_{x\to -1-0}(-1)=-1;\ \lim_{x\to -1+0} f(x)=\lim_{x\to -1+0}\sqrt{1-x^2}=0.$$

Так как односторонние пределы существуют, конечны, но не равны между собой, то $x=-1$ – точка разрыва первого рода со скачком $\delta=|0-(-1)|=1$.

В точке $x=0$ получим:

$$f(0)=\sqrt{1-0^2}=1;\ \lim_{x\to 0-0} f(x)=\lim_{x\to 0-0}\sqrt{1-x^2}=1;\ \lim_{x\to 0+0} f(x)=\lim_{x\to 0+0}(1-x)=1.$$

Так как $f(0)=\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)$, то в точке $x=0$ функция непрерывна.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.