Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать функцию $y(x)=\begin{cases} x^2-2; & x<3 \\ \sqrt{x+1}; & 3\le x\le 8 \\ \ln(x-8); & x>8 \end{cases}$ на непрерывность в точках $x_1=2$, $x_2=3$, $x_3=8$.

Построить график функции. В точках разрыва второго рода построить вертикальную асимптоту.

Решение

В точке $x_1=2$ получим:

$$f(2)=2^2-2=2,\ \lim\limits_{x\to 2-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 2-0}(x^2-2)=2,\ \lim\limits_{x\to 2+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 2+0}(x^2-2)=2.$$

Так как $f(2)=\lim\limits_{x\to 2-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 2+0} f(x)$, то в точке $x=2$ функция непрерывна.

В точке $x_2=3$ получим:

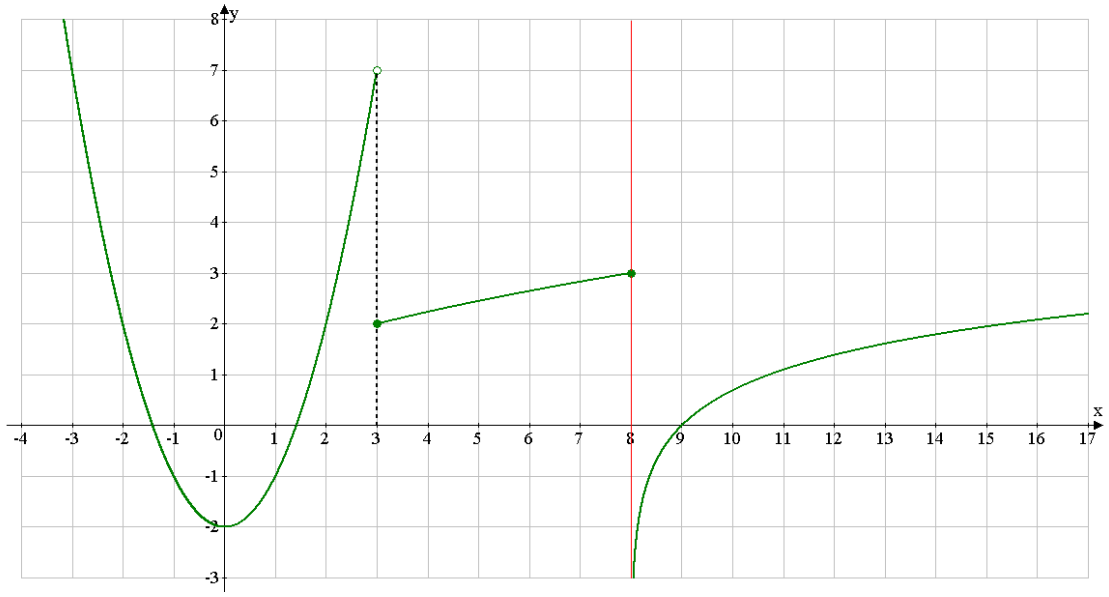
$$f(3)=\sqrt{3+1}=2,\ \lim\limits_{x\to 3-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 3-0}(x^2-2)=7,\ \lim\limits_{x\to 3+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 3+0}\sqrt{x+1}=2.$$

В точке $x=3$ функция терпит разрыв первого рода со скачком $\delta=|2-7|=5$.

В точке $x_3=8$ получим:

$$f(8)=\sqrt{8+1}=3,\ \lim\limits_{x\to 8-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 8-0}\sqrt{x+1}=3,\ \lim\limits_{x\to 8+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 8+0}\ln(x-8)=-\infty.$$

В точке $x=8$ функция терпит разрыв второго рода, а прямая $x=8$ будет вертикальной асимптотой.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.