Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на непрерывность, то есть найти область непрерывности и вид точек разрыва, и построить графики функций $f(x)$:

а) $f(x)=\begin{cases}3x,\ x<0;\\ \arcsin(x-1),\ 0\le x<1;\\ x^2-x,\ x\ge 1.\end{cases}$ б) $f(x)=3^{\frac{1}{x+5}}$.

Решение

а) Так как функция $y_1=3x$ непрерывна при $x<0$, функция $y_2=\arcsin(x-1)$ непрерывна при $0<x<1$, функция $y_3=x^2-x$ непрерывна при $x>1$, то остаётся проверить на разрыв лишь точки $x=0$ и $x=1$.

В точке $x=0$ получим:

$$y(0)=-\frac{\pi}{2},\ \lim_{x\to 0-0}y(x)=\lim_{x\to 0-0}(3x)=0,\ \lim_{x\to 0+0}y(x)=\lim_{x\to 0+0}\arcsin(x-1)=-\frac{\pi}{2}.$$

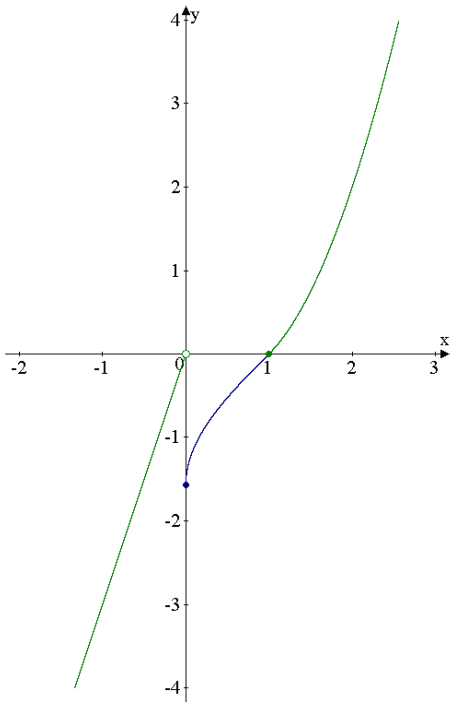
Следовательно, $x=1$ – точка разрыва первого рода со скачком $\delta=\left|-\frac{\pi}{2}-0\right|=\frac{\pi}{2}$.

В точке $x=1$ получим:

$$y(1)=0,\ \lim_{x\to 1-0}y(x)=\lim_{x\to 1-0}\arcsin(x-1)=0,\ \lim_{x\to 1+0}y(x)=\lim_{x\to 1+0}(x^2-x)=1.$$

Следовательно, в точке $x=1$ функция непрерывна.

Область непрерывности функции: $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.



б) $f(x)=3^{\frac{1}{x+5}}$

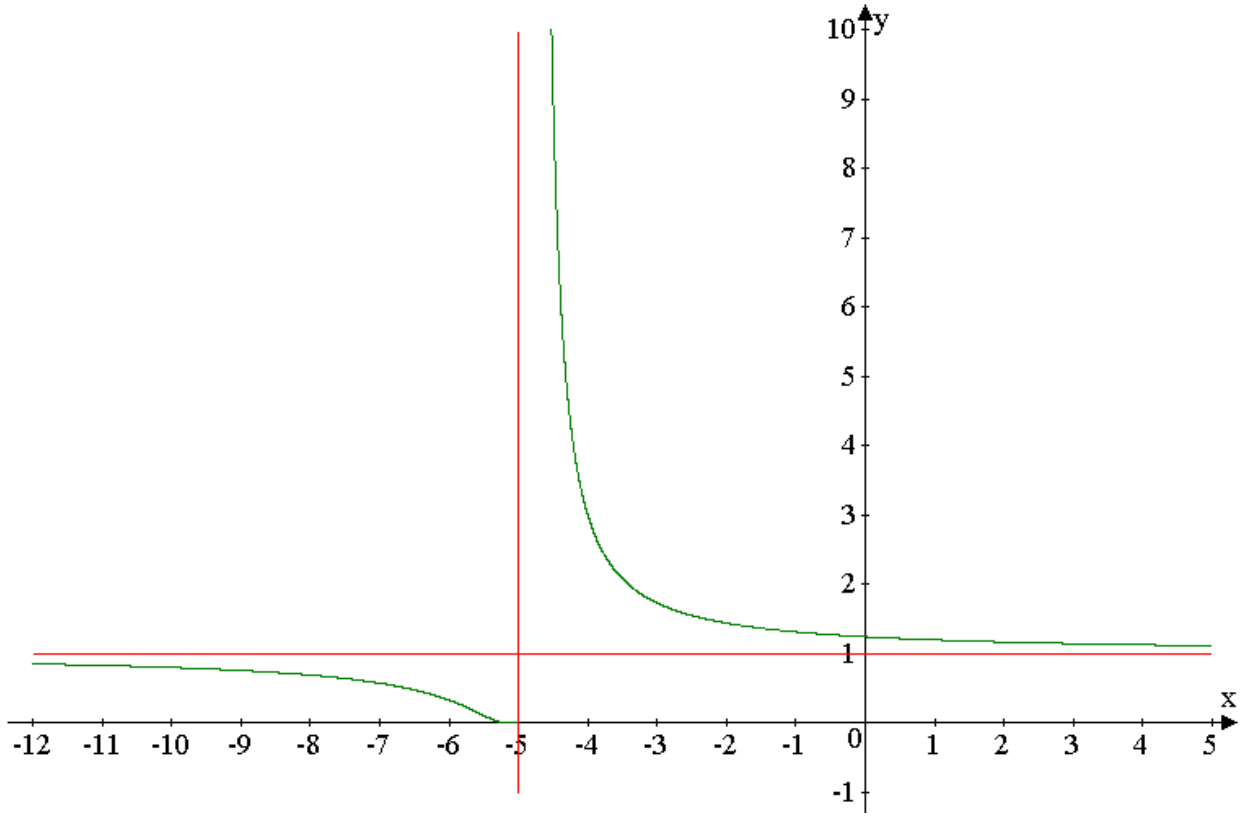
Функция непрерывна при всех $x\in(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)$. Исследуем функцию в точке $x=-5$. Значение функции в точке $x=-5$ не определено.

$$\lim_{x\to-5-0}y(x)=\lim_{x\to-5-0}3^{\frac{1}{x+5}}=0,\ \lim_{x\to-5+0}y(x)=\lim_{x\to-5+0}3^{\frac{1}{x+5}}=+\infty.$$

Следовательно, $x=-5$ – точка разрыва второго рода.

Область непрерывности: $x\in(-\infty;-5)\cup(-5;+\infty)$.

Для построения графика учтем, что $\lim\limits_{x\to\infty}y(x)=\lim\limits_{x\to\infty}3^{\frac{1}{x+5}}=1$, т.е. прямая $y=1$ – горизонтальная асимптота. Прямая $x=-5$ будет вертикальной асимптотой.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.