Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать функцию $y=\dfrac{|x-2|}{x-2}+\dfrac{2}{x}$ на непрерывность: найти точки разрыва функции и определить их тип. Построить схематический график функции.

Решение

Исследовать на разрыв следует точки $x=2$ и $x=0$, в которых равны нулю знаменатели дробей. Запишем функцию на интервалах $x<0$, $0<x<2$ и $x>2$.

Если $x<0$, то $|x-2|=-(x-2)$, поэтому $y=\dfrac{|x-2|}{x-2}+\dfrac{2}{x}=-1+\dfrac{2}{x}$.

Если $0<x<2$, то $|x-2|=-(x-2)$, поэтому $y=\dfrac{|x-2|}{x-2}+\dfrac{2}{x}=-1+\dfrac{2}{x}$.

Если $x>2$, то $|x-2|=x-2$, поэтому $y=\dfrac{|x-2|}{x-2}+\dfrac{2}{x}=1+\dfrac{2}{x}$.

$$y(x)=\begin{cases}-1+\dfrac{2}{x};\ x<0;\\ -1+\dfrac{2}{x};\ 0<x<2;\\ 1+\dfrac{2}{x};\ x>2.\end{cases}$$

В точке $x=0$ получим:

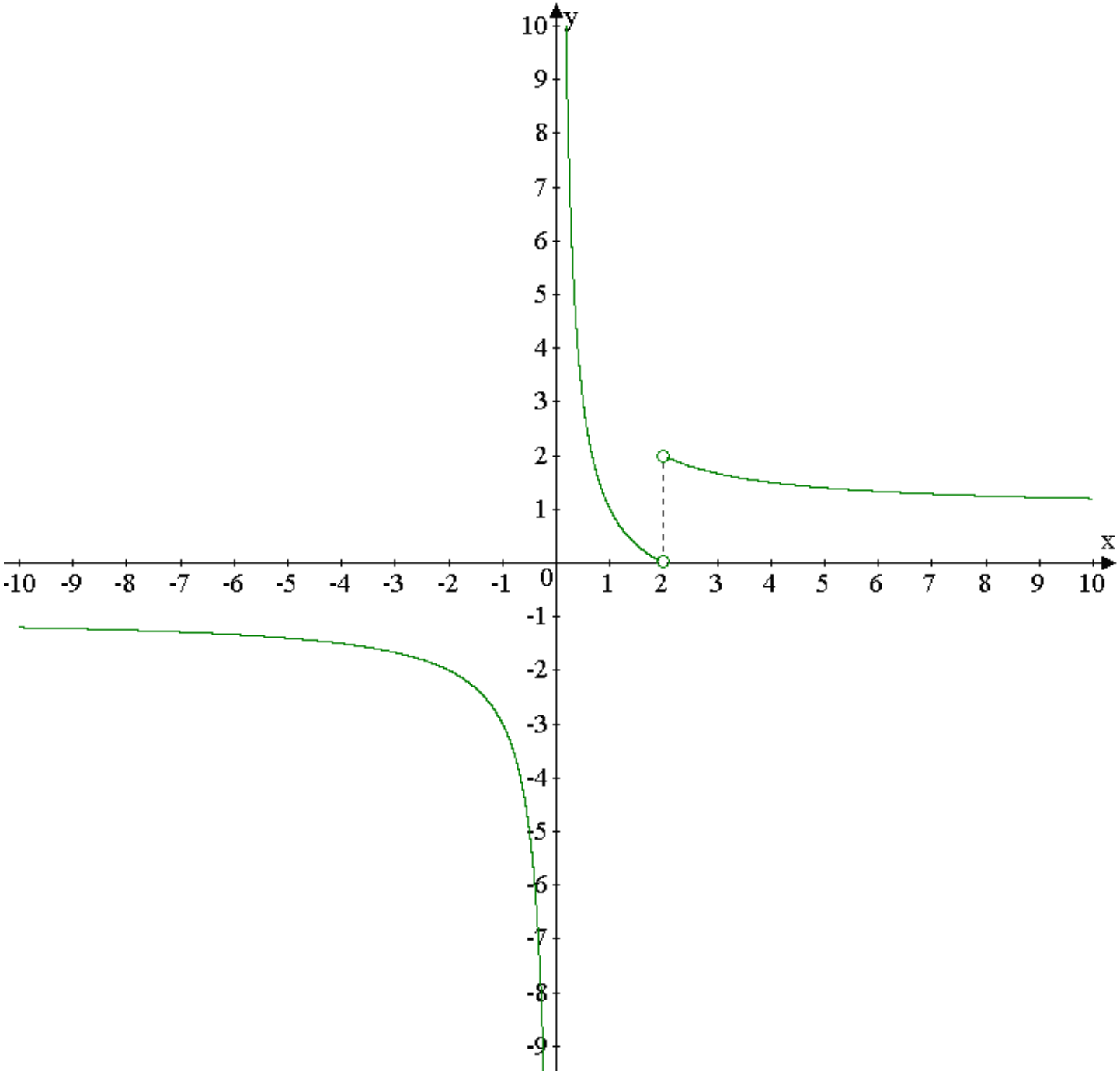
$$\lim\limits_{x\to 0-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 0-0}\left(-1+\frac{2}{x}\right)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to 0+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 0+0}\left(-1+\frac{2}{x}\right)=+\infty.$$

Следовательно, $x=0$ – точка разрыва второго рода, а прямая $x=0$ (ось Oy) будет вертикальной асимптотой.

В точке $x=2$ получим:

$$\lim\limits_{x\to 2-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 2-0}\left(-1+\frac{2}{x}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to 2+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 2+0}\left(1+\frac{2}{x}\right)=2.$$

Следовательно, $x=2$ – точка разрыва первого рода со скачком $\delta=|2-0|=2$.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.