Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Для функции $y=3+\dfrac{2}{4^x-1}$ найдите точки разрыва, исследуйте их характер и сделайте схематический чертёж графика функции.

Решение

Выясним, при каких значениях x знаменатель равен 0:

$$4^x-1=0,\ 4^x=4^0,\ x=0.$$

Функция непрерывна при $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. В точке $x=0$ функция не определена.

Так как $\lim\limits_{x\to 0-0}\dfrac{2}{4^x-1}=-\infty$ и $\lim\limits_{x\to 0+0}\dfrac{2}{4^x-1}=+\infty$, то:

$$\lim_{x\to 0-0}y(x)=\lim_{x\to 0-0}\left(3+\frac{2}{4^x-1}\right)=-\infty,\ \lim_{x\to 0+0}y(x)=\lim_{x\to 0+0}\left(3+\frac{2}{4^x-1}\right)=+\infty.$$

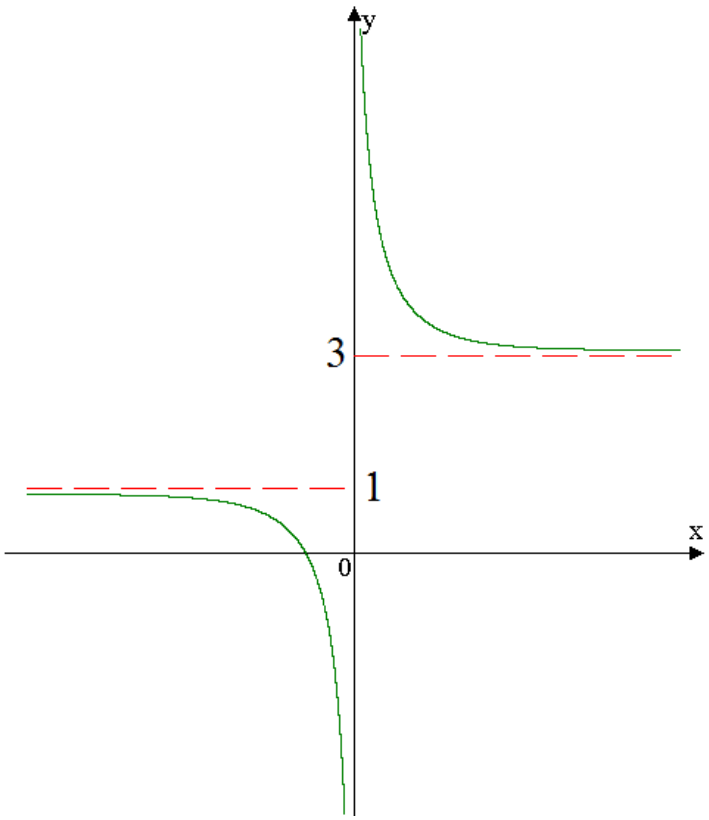
Так как среди односторонних пределов есть равный бесконечности, то $x=0$ – точка разрыва второго рода. Прямая $x=0$ (ось Oy) будет вертикальной асимптотой.

Для построения схематического чертежа рассмотрим, к чему стремится $y(x)$ при $x\to\infty$. Если $x\to-\infty$, то $4^x=\dfrac{1}{4^{-x}}\to 0$, поэтому

$$\lim_{x\to-\infty}y(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(3+\frac{2}{4^x-1}\right)=3+\frac{2}{0-1}=1$$

Если $x\to+\infty$, то $4^x\to+\infty$, поэтому

$$\lim_{x\to-\infty}y(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(3+\frac{2}{4^x-1}\right)=3+0=3$$



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.