Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на непрерывность функцию $y=\begin{cases} -x^2, \text{ если } x\le 0; \\ \operatorname{tg}x, \text{ если } 0<x<\dfrac{\pi}{4}; \\ 4, \text{ если } x\ge\dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$, построить эскиз графика.

Решение

Функции $-x^2$, и 4 непрерывны на промежутках соответственно $(-\infty;0)$ и $\left(\frac{\pi}{4};+\infty\right)$, а функция $\operatorname{tg}x$ непрерывна при $0<x<\frac{\pi}{4}$, поэтому остается проверить на разрыв точки $x=0$ и $x=\frac{\pi}{4}$.

Значение функции в точке $x=0$ равно $y(0)=0$.

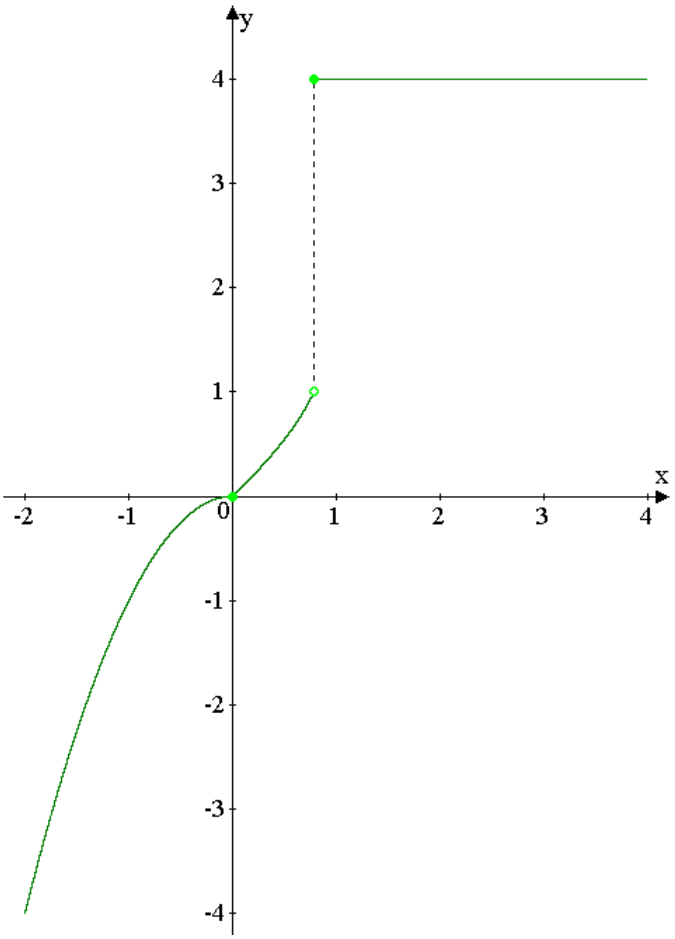
$$\lim_{x\to 0-0} y(x)=\lim_{x\to 0-0}\left(-x^2\right)=0;\ \lim_{x\to 0+0} y(x)=\lim_{x\to 0+0}\operatorname{tg}x=0.$$

Так как $\lim\limits_{x\to 0-0} y(x)=\lim\limits_{x\to 0+0} y(x)=y(0)$, то в точке $x=0$ функция непрерывна.

Значение функции в точке $x=\frac{\pi}{4}$ равно $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=4$.

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}-0} y(x)=\lim_{x\to \frac{\pi}{4}-0}\operatorname{tg}x=\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=1;\ \lim_{x\to \frac{\pi}{4}+0} y(x)=\lim_{x\to \frac{\pi}{4}+0} 4=4.$$

Следовательно, $x=\frac{\pi}{4}$ – точка разрыва первого рода с скачком $\delta=|4-1|=3$.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.